

O ESTUDO DE FRAÇÕES ATRAVÉS DE INVESTIGAÇÕES MATEMÁTICAS COM UMA TURMA DE 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Fernanda Eloisa Schmitt¹
Marli Teresinha Quartieri²
Eniz Conceição Oliveira³

Resumo: Este relato descreve uma experiência desenvolvida com alunos do 5º ano do Ensino Fundamental da Educação Básica na qual se utilizou a tendência Investigação Matemática no contexto do ensino de frações. O objetivo foi introduzir o conteúdo de maneira que os alunos participassem do processo e elaborassem conclusões, incentivando o trabalho de equipe e a escrita na aula de matemática. O material de pesquisa constituiu-se dos diários de campo da professora, e de cadernos dos alunos com observações realizadas no decorrer das atividades. Como resultados observou-se que os alunos gostaram das atividades e demonstraram criatividade na realização das atividades.

Palavras-chave: Investigação Matemática. Fração. Ensino Fundamental.

THE STUDY OF FRACTIONS THROUGH MATHEMATICAL INVESTIGATIONS IN AN ELEMENTARY EDUCATION 5TH YEAR CLASS

Abstract: This report describes an experiment developed with students in the 5th year of Elementary Teaching in Basic Education, in which the Mathematical Investigation trend was used in the context of teaching fraction. The objective was to introduce the subject in such a way that students would take part in the process and elaborate conclusions, encouraging team work and writing in Math classes. The research material comprised the teacher's field diaries and the students' notebooks with

-
- 1 Mestranda em Ensino de Ciências Exatas pelo Centro Universitário UNIVATES e professora do Colégio Scalabriniano São José.
 - 2 Doutora em Educação pela Universidade do Vale do Rio dos Sinos e coordenadora do curso de Licenciatura em Ciências Exatas do Centro Universitário UNIVATES/Lajeado-RS-Brasil.
 - 3 Doutora em em Química pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul e coordenadora do mestrado em Ensino de Ciências Exatas do Centro Universitário UNIVATES/Lajeado-RS-Brasil.

the observations made throughout the activities. The results show that the students enjoyed the activities and demonstrated creativity in performing the activities.

Keywords: Mathematical Investigation. Fraction. Elementary Education.

1 INTRODUÇÃO

Nos dias atuais, na prática pedagógica, percebe-se que os alunos têm receio e dificuldades em relação ao assunto de frações. Quando necessitam resolver alguma situação que envolve frações, a classificam como difícil e comentam não saber resolvê-la, apesar de já terem aprendido sobre elas em anos anteriores. Por experiência com turmas de 6º ano e 8º ano, observa-se essa característica, o que causa aflição como professora de matemática. Com o intuito de possibilitar atividades para modificar a visão que os alunos têm sobre frações, iniciou-se o estudo delas, utilizando a metodologia da Investigação Matemática. O trabalho foi desenvolvido com alunos do 5º ano, para que eles diminuíssem o receio e aversão em relação ao conteúdo de frações.

Para Ponte, Brocardo e Oliveira (2009) investigar em matemática é um processo de construção de conhecimento em que o aluno procura identificar as propriedades e relações entre determinados objetos matemáticos. Conforme Palhares (2004), as Investigações Matemáticas são atividades que têm um caráter mais aberto, ou seja, poderão ter mais de uma resposta e requerem do aluno criatividade e interesse para resolvê-las.

Assim, investigar em Matemática conduz à formulação de conjecturas, as quais necessitam ser testadas e provadas. Uma Investigação Matemática envolve “conceitos, procedimentos e representações matemáticas, mas o que mais fortemente as caracteriza é este estilo conjectura-teste-demonstração” (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2009, p. 10).

Esses autores delimitaram uma Investigação Matemática em quatro momentos principais. O primeiro momento envolve o reconhecimento da situação apresentada, a sua exploração inicial e a formulação de questões, as quais servem de base para o segundo momento, o qual se refere à formulação de conjecturas a acerca do problema. Conjecturas são hipóteses e pressupostos que, no terceiro momento, precisam ser testadas e refinadas, procurando aperfeiçoá-las. Por fim, tem-se a argumentação, demonstração e avaliação do trabalho realizado.

Depois de adquirido o conhecimento sobre investigação e fazendo alusão aos questionamentos de Ponte, Brocardo e Oliveira (2009), questiona-se: Como organizar e desenvolver o trabalho? Qual é o papel do professor? Para esses autores, uma investigação em aula apresenta-se em três fases, todas importantes para o desenvolvimento e aproveitamento de uma atividade investigativa:

- introdução da tarefa à turma;
- realização da investigação;
- discussão dos resultados quando os alunos os relatam aos colegas.

Pode-se acrescentar ainda a importância da escolha da tarefa, conforme Skovsmose (2008). Assim, a atividade será investigativa dependendo de sua natureza, do professor e do aluno, dependendo a natureza da atividade da possibilidade de exploração e explicação das propriedades matemáticas envolvidas e do quanto ela é atrativa aos alunos.

Segundo Civiero e Santana (2013, p. 694),

O importante para trabalhar num cenário para investigação é o aceite do aluno. Para tanto, procure instigá-lo à investigação, desperte a sua curiosidade quanto ao tema a ser explorado e deixe que o aluno sinta-se parte do processo. Por outro lado, após o aluno aceitar o convite é função do professor manter o interesse do aluno, conduzindo o trabalho de forma aberta para que o cenário não migre para o paradigma do exercício.

Durante a investigação, profere Skovsmose (2008), o professor tem o papel de desafiar o aluno com questões instigadoras deixando que assumam o processo de exploração e explicação, possibilitando que o cenário de investigação passe a constituir um novo ambiente de aprendizagem. Ao desenvolver atividades de Investigação Matemática, torna-se relevante incentivar os alunos a escreverem suas conjecturas e justificativas, pois se percebe que eles demonstram insegurança com as palavras e preferem colocar no papel o mínimo possível.

Smole e Diniz (2001, p. 30) ressaltam a importância da produção de textos nas aulas de matemática, apesar de os professores dessa disciplina não considerarem esta prática como algo integrante do currículo de matemática. Para essas autoras, a utilização da produção de textos “é um componente essencial no ensino-aprendizagem dessa disciplina”.

À metodologia Investigação Matemática foram aliadas atividades do conteúdo de frações, as quais foram adaptadas de modo que atingissem os objetivos propostos e tendo em vista que, como Lotério afirma, “fração pode, para muitos, representar um grande desafio matemático. Sabe-se que elas estão aí no nosso cotidiano e necessitamos conviver com elas” (2010, p. 62). Percebem-se como docente a dificuldade e a aversão que a maioria dos alunos tem em relação ao conteúdo de frações. Lins e Silva (2008, p. 6) afirmam que frações representam um tema excelente para entender que o símbolo matemático “pode ter muitos significados diferentes”. Nessa perspectiva, as frações podem representar muitas coisas e, portanto, os alunos podem refletir sobre elas em diferentes situações. Concordando com suas palavras, percebe-se que cabe ao professor propor estratégias de ensino que melhorem a visão dos alunos com relação a esse conteúdo. Uma das formas de fazer isso é a partir da problematização do conteúdo, tornando-o mais palpável e concreto.

Adjage e Pluinage (2000, p. 43, apud SILVA, 2005, p. 34) afirmam que “as aquisições referentes a números racionais evidenciam dificuldades que tomam muito tempo para serem ultrapassadas”. Para esses autores, a representação simultânea de dois números inteiros – numerador e denominador – é um obstáculo para a aceitação de que uma fração descreve um único número.

Para Silva (2005, p. 54), a “introdução das frações nas séries iniciais é delicada e obriga a buscar situações apropriadas para fazê-lo”. Já segundo Sangiorgi (1960, p. 117), “a primeira idéia de fração nos é dada quando dividimos um objeto (que nesse instante representa uma unidade) em um número qualquer de partes iguais e consideramos uma ou algumas dessas partes”. Utilizando esses pressupostos teóricos e objetivando tornar o conteúdo de frações mais atrativo e significativo, foram exploradas atividades investigativas sobre esse conteúdo.

Este trabalho foi desenvolvido em uma turma de 5º ano do Ensino Fundamental de uma escola filantrópica localizada no município de Roca Sales-RS-Brasil, que atende alunos do maternal até o 3º ano do Ensino Médio, em dois turnos, totalizando 315 alunos. A turma em estudo era constituída de 22 alunos sendo 11 meninos e 11 meninas, entre 10 e 13 anos, os quais eram muito criativos e esforçados. Destaca-se também que nessa turma havia um aluno repetente que apresentava dificuldades de aprendizagem. A organização dos alunos na sala depende do professor, ficando livre aos docentes trabalharem da maneira que preferirem. Normalmente os alunos estão sentados em filas.

Apesar do bom relacionamento dos alunos da turma, ao realizar trabalhos em grupo, nota-se que eles têm dificuldades de aceitar a opinião dos colegas. Além disso, existem grupos fechados de amizade, o que acaba excluindo alguns poucos alunos que são mais tímidos ou se sentem intimidados pelos colegas.

Diante desse contexto, o objetivo deste trabalho foi introduzir frações de forma não tradicional, desenvolvendo atividades de cunho investigativo e concreto. Assim, por problema de pesquisa teve-se: Que conjecturas alunos do 5º ano apresentam ao trabalharem com atividades envolvendo investigação matemática e o assunto frações?

2 DETALHAMENTO DAS ATIVIDADES

O trabalho foi desenvolvido em 10 períodos de 50 minutos, sendo todas as atividades realizadas em grupos de três a quatro alunos, para incentivar o trabalho em conjunto. Os estudantes já tiveram contato com o conteúdo de geometria e a partir dessas atividades foi introduzida a noção de fração. Na atividade inicial, os alunos foram incentivados a terem mais autonomia, procurando discutir suas dúvidas com os colegas de grupo e trabalhar cooperativamente.

Inicialmente foi conversado com os alunos, explicando como funcionam atividades envolvendo Investigação Matemática, expondo que deveriam ler as atividades com atenção e pensar em estratégias para resolvê-las. Após testar em suas conjecturas de forma a comprová-las ou refutá-las, deveriam escrever de forma clara o que pensaram e a que conclusões chegaram, para posteriormente socializar suas descobertas com o restante da turma.

A primeira atividade realizada foi com dobraduras e recortes. Cada aluno recebeu uma folha colorida, a qual dobrou uma vez no meio e recortou uma figura qualquer. Nessa atividade, os alunos usaram a criatividade para recortar, surgindo desenhos diferenciados, como borboletas, rosto de algum bichinho, entre outros.

Tal atividade foi relacionada com eixos de simetria. Depois de recortada a figura, os alunos a desdobravam e demarcavam o eixo de simetria.

A figura formada serviu para trabalhar frações que representam metades (meios). Foram realizados os seguintes questionamentos: O que devemos pintar para termos um meio? Com o que podemos relacionar um meio? Quanto dá um meio mais um meio? Os alunos logo relacionaram que um meio era a metade da figura e que, ao juntarmos um meio mais um meio, teríamos um inteiro.

Após esses questionamentos iniciais, foi exposta para os alunos a seguinte afirmativa: Ao pintarmos uma das partes, podemos representá-la esta pelo número $\frac{1}{2}$. Investigue o significado do algarismo 1 e do algarismo 2. A partir dessa colocação os alunos começaram a debater sobre o significado da representação numérica dessa fração. Cada grupo de alunos chegou a conclusões sobre o significado da representação numérica. Por exemplo, um grupo colocou que o número de cima (1) representava a parte pintada e o número de baixo (2) era o número total de partes. Houve a socialização e a escrita de uma conclusão geral da turma. A partir dessas colocações dos alunos, introduziu-se a nomenclatura de numerador e denominador.

Na atividade seguinte procedeu-se como na atividade anterior. Entretanto, dessa vez a folha foi dobrada duas vezes, obtendo dois eixos de simetria, para formar quartos. Nessa atividade a surpresa foi o fato de os alunos associarem que ao pintarmos dois quartos, era o mesmo que pintarmos um meio, sem necessidade de serem questionados sobre essa situação. Procurando instigá-los nessa direção foi perguntado se esse fato ocorria apenas com meios e quartos. Nesse sentido, os alunos começaram, rapidamente, a testar o que ocorria com outras frações. Produziram, então, uma figura com quatro eixos de simetria (oitavos). Nela colocaram que deveriam pintar quatro partes para ter a mesma quantidade que um meio. Aproveitando essa descoberta, discutiu-se o conceito de frações equivalentes. Escreveu-se no quadro as frações encontradas que representavam a mesma quantidade que $\frac{1}{2}$ ($\frac{2}{4}$, $\frac{4}{8}$), as que representavam a mesma quantidade que $\frac{1}{4}$ e assim sucessivamente. Os alunos perceberam que havia alguma relação entre os numerador/denominador das frações equivalentes.

Em seguida, foi trabalhado com terços e sextos. Os alunos logo fizeram a associação de que três terços eram equivalentes a dois meios, quatro quartos, oito oitavos e seis sextos. Ao colocar essas frações lado a lado no quadro e questioná-los o que poderia ter em comum entre elas, os alunos chegaram à conclusão que sempre que o numerador e o denominador têm o mesmo número tem-se um inteiro.

Para finalizar e concluir essa aula, organizou-se em grande grupo uma tabela com a nomenclatura das frações.

Na segunda aula foi explorado o conteúdo de frações de quantidades discretas. Segundo Nunes et al. (2003, apud SILVA; LINS, 2007), frações discretas

dizem respeito a um conjunto de objetos idênticos, que representa um único todo, e o resultado da divisão deve produzir subconjuntos com o mesmo número de unidades. Já as quantidades contínuas são aquelas divididas exaustivamente sem necessariamente perderem suas características.

Introduziu-se o assunto com a atividade que segue, em que cada grupo deveria completar as lacunas individualmente, sem ajuda do professor, e depois debater em grande grupo.

1- A figura a seguir mostra o mapa do Brasil, com destaque para a região Nordeste.



Fonte: ATLAS geográfico escolar. 4. ed. Rio de Janeiro: IBGE, 2007.

Complete o que esta faltando:

- O Brasil tem um total de ____ estados.
- A região Nordeste é formada por ____ estados.

Usando frações podemos dizer que:

- Cada estado representa ____ do número total de estados do Brasil.
- O número de estados da região Nordeste representa ____ do número total de estados do Brasil.
- O estado da Bahia representa ____ do número de estados que formam a região Nordeste.

Fonte: atividade adaptada de Giovanni (2011).

Apenas um grupo conseguiu completar as lacunas corretamente. A questão que os alunos mais erraram foi a letra “e”, pois a referência do inteiro foi modificada. Esse fato corroborou com Lins e Silva (2008) que dizem que as frações podem representar muitas coisas e não apenas parte de um inteiro. Em seguida, realizaram-se atividades semelhantes à anterior.

Na terceira aula trabalhou-se com a determinação de uma fração de uma quantidade. Para isso, cada aluno recebeu uma folha de EVA a qual cortou em

quadrinhos de 1cm x 1cm para realizar a tarefa que consistia em descobrir quanto representava, por exemplo, $\frac{1}{4}$ de 20 quadrinhos. Para resolver esse problema, muitos alunos organizaram os vinte quadrinhos em quatro grupos, percebendo que ficavam 5 peças em cada grupo, chegando a conclusão de que $\frac{1}{4}$ de 20 é 5. E ao questioná-los quanto seria $\frac{2}{4}$ de 20 quadrinhos, eles associaram que, se $\frac{1}{4}$ de 20 era 5 e que $\frac{2}{4}$ é o dobro de $\frac{1}{4}$, então a resposta era o dobro de 5.

Seguindo a atividade, cada aluno pegou 25 quadrinhos e os dividiu em quintos. Depois, 15 quadrinhos que foram divididos em terços e quintos, repetindo-se sempre os questionamentos: quanto é um quinto de 25? E dois quintos?... Após os debates em pequenos grupos e a descrição das conclusões, efetivou-se a conclusão em grande grupo. Os alunos perceberam que, para achar uma fração de uma quantidade, não precisavam necessariamente representar com material concreto, podendo simplesmente calcular. Era só dividir o valor pelo denominador e multiplicar pelo numerador.

Na quarta aula foi explorada a representação das frações. Iniciou-se a aula lembrando o que era numerador e denominador, e o que cada um significava. Em seguida, os alunos usaram da criatividade para representar por meio de desenhos algumas frações dadas e, em seguida, escrevê-los por extenso.

Nessa atividade os alunos surpreenderam, pois levaram a sério o desafio de usar a criatividade. Alguns meninos desenharam carros e utilizaram as rodas para serem divididas e representar as frações solicitadas. Outro menino desenhou casas e dividiu as janelas em seis partes.

Com essas atividades encerramos o trabalho com frações por meio da metodologia Investigação Matemática com a turma do 5º ano e passou-se à análise dos dados coletados ao longo das atividades.

3 ANÁLISE E DISCUSSÃO DO RELATO

Ao longo das atividades, percebeu-se que os alunos realizavam conclusões mais rapidamente do que quando trabalhado apenas com o desenho. Por exemplo, logo notaram que, quando existia o mesmo número no numerador e no denominador, tinha-se sempre um inteiro. Essa é uma dedução que alguns alunos demoram certo tempo para fazer, entretanto, com as atividades da primeira aula os alunos já perceberam essa regularidade. Os alunos que formularam a conclusão e a expuseram aos colegas, no quadro, a justificaram e a provaram, destacando outros exemplos que a comprovassem. Esse fato corrobora com Ponte (2003) que diz que, ao realizar uma investigação, o papel do aluno não é só realizar provas e refutações, mas também apresentar e discutir os resultados, argumentando-os com os colegas.

Outro fato que surpreendeu foi em relação à criatividade ao responder aos questionamentos e ao representar as frações por desenhos. Eles estavam realmente empenhados em descobrir regularidades e em participar ativamente da construção das conclusões. Um exemplo foi o fato de os alunos perceberem que, quando o numerador e o denominador são iguais, a fração representa um inteiro; e, quando o numerador é a metade do denominador, a fração se torna equivalente a um meio.

Como pontos positivos no desenvolvimento das atividades pode-se citar que os alunos chegaram às respostas sem solicitar auxílio da professora e perceberam as regularidades que aconteciam nas questões. Por exemplo, nas frações equivalentes notaram que sempre há números múltiplos entre elas.

Outro objetivo desta intervenção foi possibilitar momentos de trabalho em grupo e o cooperativismo. Pode-se inferir que eles ocorreram de forma positiva e praticamente todos colaboraram para a realização das atividades e para criar uma resposta do grupo.

Segundo Silva (1998, p. 143),

Quando trabalham juntos, cooperativamente, em pequenos grupos, os alunos se engajam em dois tipos de resolução de problemas. Por um lado, eles tentam solucionar seus problemas matemáticos e, por outro lado, procuram trabalhar juntos produtivamente, completando, com persistência, as atividades instrucionais propostas.

Uma das dificuldades apresentadas pelos alunos foi em relação à escrita das conclusões no caderno, pois tinham muito receio de estarem escrevendo errado. Em relação à escrita percebeu-se que os estudantes tinham medo de errar. E, como comenta Smole e Diniz (2001, p. 31):

Escrever pode ajudar os alunos a aprimorarem percepções, conhecimentos e reflexões pessoais. Além disso, ao produzir textos em matemática, tal como ocorre em outras áreas do conhecimento, o aluno tem oportunidade de usar habilidades de ler, ouvir, observar, questionar, interpretar e avaliar seus próprios caminhos, as ações que realizou, no que poderia ser melhor. É como se pudesse refletir sobre o próprio pensamento e ter, nesse momento, uma consciência maior sobre aquilo que realizou e aprendeu.

Ao fim das atividades os alunos foram questionados sobre elas e quais suas percepções sobre o trabalho desenvolvido. A resposta deles foi positiva. Muitos disseram que gostaram das aulas e tinham interesse em ter um número maior de vezes atividades concretas em que eles pudessem descobrir as respostas certas.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Numa investigação matemática,

[...] o aluno é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação dos seus resultados e na sua discussão e argumentação com os colegas e o professor (PONTE, 2003, p. 103).

A tarefa de investigação permitiu que os alunos aprendessem sobre frações de forma autônoma e compreendessem melhor o conteúdo, além de ter provocado discussão nos grupos fazendo com que os alunos tivessem que argumentar suas ideias e opiniões. Esse tipo de atividade gera no aluno um sentimento de valorização, ao terem suas ideias e conjecturas expostas aos colegas e aceitas por eles como verdadeiras.

Uma característica dessa tendência é planejar de que forma a investigação começa, mas o professor não tem certeza do caminho que será seguido, pois dependerá das hipóteses elaboradas pelos alunos. Cabe destacar que, em alguns casos, os discentes surpreendem o docente pelos resultados apresentados. Isso aconteceu durante esta prática pedagógica, pois os alunos perceberam as regularidades antes do esperado e escreviam as suas conclusões.

Sabe-se que os alunos ainda têm dificuldade com a escrita e com a própria metodologia de investigação matemática que pouco vivenciaram na escola, no entanto estamos cientes da importância de desafiar-los a tal experiência para que desenvolvam a habilidade de pensar e escrever e de trabalhar cooperativamente.

REFERÊNCIAS

- CIVIERO, P. A.; SANTANA, M. F. Roteiros de Aprendizagem a partir da Transposição Didática Reflexiva. **Bolema**, Rio Claro (SP), v.27, n.46, p. 681-696, ago. 2013.
- GIOVANNI, J. R. **A conquista da matemática**, 5º Ano. São Paulo: FTD, 2011.
- LINS, R. C.; SILVA, H. **Pró Letramento – Programa de Formação Continuada de Professores dos Anos/Séries Iniciais do Ensino Fundamental – Matemática - Frações**. In: BRASIL. Ministério da Educação. **Pró-Letramento: Matemática**. Brasília: MEC, 2008.
- LOTÉRIO, J. **Projeto de Investigação no Ensino de Frações junto aos Estudantes do Ensino Fundamental: A Possível Construção da Autonomia**. 2010. 210f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, Universidade Regional de Blumenau, Blumenau. 2010. Disponível em: <www.fae.unicamp.br/revista>. Acesso em: 25 jul. 2013.
- PALHARES, P. **Elementos de Matemática para professores do Ensino Básico**. Lisboa: LIDEL, 2004. 413p.
- PONTE, J. P. Investigação sobre investigações matemáticas em Portugal. **Investigar em Educação**, v. 2, p. 93-169, 2003.
- PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.
- SANGIORGI, O. **Matemática – Curso ginásial: 1ª série**. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1960.
- SILVA, E. J.; LINS, A. F. **Intervenção docente na construção do conhecimento de frações de alunos EJA: um estudo de caso**. In: IX ENEM Encontro Nacional de Educação Matemática, 9, 2017, Belo Horizonte. **Anais...** Belo Horizonte, 2007. Disponível em: <http://www.sbem.com.br/files/ix_enem/Poster/Trabalhos/PO29885017852T.doc>. Acesso em: 06 maio 2014.
- SILVA, M. J. F. **Investigando saberes de professores do ensino fundamental com enfoque em números fracionários para a quinta série**. 2005. 302f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São

Paulo, 2005. Disponível em: <<http://www.ime.usp.br/~iole/significados%20da%20fra%E7%E3o.pdf>>. Acesso em: 10 set. 2013.

SILVA, M. R. G. Considerações sobre o trabalho em grupo na aula de Matemática. **Mimesis**, Bauru, v.19, n. 2, p. 135-145, 1998.

SKOVSMOSE, O. **Desafios da reflexão em educação matemática crítica**. Tradução de Orlando de Andrade Figueiredo e Jonei Cerqueira Barbosa. Campinas: Papirus, 2008. 138p.

SMOLE, K. S. Textos em matemática: por que não? In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (Org.). **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática**. Porto Alegre: ARTMED, 2001. p. 29-68.