

## DOMÍNIOS DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO PARA O ENSINO MOBILIZADOS EM UM GRUPO DE ESTUDOS EM GEOMETRIA: UMA ANÁLISE

Gabriel de Oliveira Soares<sup>1</sup>  
José Carlos Pinto Leivas<sup>2</sup>

**Resumo:** Entendendo o potencial pedagógico de grupos de estudos como espaços de colaboração e aprendizagem docente, este trabalho tem por objetivo analisar como ocorre a mobilização de diferentes domínios do Conhecimento Matemático para o Ensino pelos participantes de um grupo de estudos em Geometria em seus encontros, buscando traçar possíveis contribuições desta área na formação de seus integrantes. Para tal, foram analisados 31 encontros videogravados do grupo em questão a partir da Base do Conhecimento Matemático para o Ensino, tendo como indicadores as questões balizadoras da análise do conhecimento. Constatou-se que a participação do grupo de estudos possibilitou a mobilização dos seis domínios do conhecimento propostos no quadro teórico. Estão menos presentes os relacionados ao Conhecimento do Conteúdo no Horizonte e ao Conhecimento do Conteúdo e do Currículo. A partir desta experiência, entende-se que a participação no grupo pode possibilitar o desenvolvimento profissional dos seus participantes, tendo em vista que a construção colaborativa das propostas desenvolvidas pelo grupo promove a troca, a revisão de conhecimentos já estabelecidos e a aprendizagem de novos conhecimentos e estratégias que são mobilizados em todos os seus encontros.

**Palavras-chave:** desenvolvimento profissional docente; formação de professores; colaboração.

## DOMAINS OF MATHEMATICAL KNOWLEDGE FOR TEACHING MOBILIZED IN A GEOMETRY STUDY GROUP: AN ANALYSIS

**Abstract:** Understanding the pedagogical potential of study groups as spaces for collaboration and teacher learning, this paper aims to analyze how the mobilization of different domains of Mathematical Knowledge for Teaching by participants of a study group in Geometry occurs in their

---

1 Doutor em Ensino de Ciências e Matemática. Professor da Rede Municipal de Ensino de Santa Maria/Rio Grande do Sul. E-mail: [gsoares8@outlook.com](mailto:gsoares8@outlook.com).

2 Doutor em Educação. Docente no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Franciscana. E-mail: [leivas.jc@ufn.edu.br](mailto:leivas.jc@ufn.edu.br).

meetings, seeking to trace possible contributions of the same in the training of its members. To this end, 31 videotaped meetings of the group in question were analyzed based on the Mathematical Knowledge for Teaching, using the questions that guide the analysis of the knowledge as indicators. It was found that the participation of the study group in question enabled the mobilization of the six domains of knowledge proposed in the theoretical framework. Less present are those related to Horizontal Content Knowledge and to Content and Curriculum Knowledge. From this experience, it is understood that participation in the group can enable the professional development of its participants, considering that the collaborative construction of the proposals developed by the group promotes the exchange, the revision of already established knowledge and the learning of new knowledge and strategies that are mobilized in all its meetings.

**Keywords:** teacher professional development; teacher education; collaborative groups.

## 1 INTRODUÇÃO

Diversos estudos no âmbito da pesquisa em Educação, especificamente em Educação Matemática, têm evidenciado as contribuições das práticas colaborativas na formação de professores, seja esta inicial ou continuada. São exemplos disso, pesquisas como as de Teres e Grandó (2021, p. 180), segundo os quais “o contexto do grupo de estudos ICEM mobilizou conhecimentos do conteúdo matemático e discussões que emergem no âmbito político, econômico e social e que contribuem para a aprendizagem docente e a constituição da identidade profissional dos professores que ensinam matemática”; de Crecci e Fiorentini (2018, p. 289), que ao analisarem as reverberações da participação de um integrante em um grupo de estudos, concluem que esse “produziu outros sentidos e significados à prática de ensinar e aprender matemática na escola” e; de Paiva e Sousa (2020, p. 15), que afirmam que a participação em seu grupo promoveu um “repensar da prática pedagógica de forma individual e coletiva”, privilegiando a “construção de um entendimento do pensamento algébrico pelos docentes e a (re)construção de conceitos da Álgebra visando romper com a prática tradicional de ensino”.

Fato é que grande parte dos pesquisadores dessa área concorda que as práticas colaborativas “possibilitam que saberes surgidos da investigação da prática docente dos envolvidos estejam direcionados à construção de uma matemática para o ensino, constituindo uma cultura própria” (PAIVA; SOUSA, 2020, p. 3).

Por entender que essa cultura própria envolve saberes diversos e diferentes momentos na formação do professor, Ferreira (2003, p. 98) aponta que um dos diferenciais formativos dos grupos de estudos se relaciona ao propósito que eles têm, tendo em vista que vão além de alcançar somente um resultado, trazendo enfoque ao “próprio processo de construir e avaliar práticas e materiais que atendam às necessidades dos alunos”.

Nessa construção, os grupos podem contribuir na descoberta “de maneiras de resolver problemas dentro de sua própria aprendizagem, como, por exemplo, dificuldade com certa disciplina na graduação, dúvidas advindas do ensino básico, estudo de um novo ambiente de aprendizagem (*softwares*, por exemplo), entre outros” (SILVA, 2011, p. 71).

Ademais, por entender que esse espaço pode compreender uma gama de diferentes formas, estruturas, momentos, reflexões e aprendizagens, compreende-se que a participação em grupos de estudos colaborativos pode levar ao desenvolvimento profissional dos professores envolvidos, uma vez que

[...] aprender é uma experiência pessoal, mas ela ocorre em contextos sociais repletos de relações interpessoais. E, por conseguinte, a aprendizagem depende da qualidade do contato nas relações interpessoais que se manifesta durante a comunicação entre os participantes. Em outras palavras, o contexto em que se dá a comunicação afeta a aprendizagem dos envolvidos no processo (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006, p. 12).

Dessa forma, tendo em mente o potencial envolvido nos grupos de estudos, surge a ideia deste trabalho, o qual deriva de uma pesquisa de doutoramento que tem por objetivo delinear contribuições no desenvolvimento dos domínios do Conhecimento Matemático para o Ensino e na formação de professores, a partir da participação em um grupo de estudos e pesquisa em Geometria.

Neste artigo, especificamente, objetiva-se analisar como ocorre a mobilização de diferentes domínios do Conhecimento Matemático para o Ensino pelos participantes de um grupo de estudos e pesquisa em Geometria durante seus encontros, buscando traçar possíveis contribuições desse campo para a formação de seus integrantes.

Para tal, foram analisados 31 encontros videogravados do grupo de estudos, realizados no período de setembro de 2019 a dezembro de 2020, em duas formas de organização, presencial e remota – a última sendo necessária devido à pandemia causada pelo coronavírus.

No que segue, são refletidas algumas questões referentes à colaboração na formação de professores de Matemática, seguidas dos aspectos metodológicos da investigação, dos resultados e de algumas considerações finais.

## **2 A COLABORAÇÃO NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA**

Foi a partir da década de 1970 que, no Brasil, a formação de professores de Matemática passou a ser tema de estudo, enfocando, inicialmente, estratégias de treinamento e pesquisas que visavam identificar influências de diferentes docentes sobre o quanto o aluno aprendia (FERREIRA, 2003).

Entretanto, atualmente, a gama de diferentes saberes produzidos pela área da Educação Matemática fez com que sejam evidenciadas as diversas nuances desse processo formativo, trazendo luz a detalhes antes passavam despercebidos, como a influência do contexto; as crenças e as concepções dos professores ao ensinar; as diferentes estratégias de ensino, de aprendizagem e de avaliação; entre outros fatores.

Em 1993, Beatriz D’Ambrósio, em seu artigo “Formação de professores de Matemática para o Século XXI: o Grande Desafio”, aponta quatro eixos principais

que deveriam ser pensados no âmbito da formação de professores, a saber: a visão do que vem a ser a Matemática; a visão do que constitui a atividade Matemática; a visão do que constitui a aprendizagem da Matemática e, ainda; a visão do que constitui um ambiente propício à aprendizagem da Matemática.

Ao refletir sobre essas visões, a autora comenta sobre diferentes aspectos do fazer Matemática em sala de aula na formação de professores e, dentre um dos elementos, ressalta a ideia de que “para atingir um ambiente de pesquisa matemática onde a curiosidade e o desafio servem de motivação intrínseca aos alunos, é necessário modificar a dinâmica da sala de aula. Grupos de trabalho tornam-se necessários e simulam a comunidade de pesquisa Matemática” (D’AMBRÓSIO, 1993, p. 37).

Além disso, D’Ambrósio (1993 p. 37) reitera que “o ambiente proposto é um ambiente positivo que encoraja os alunos a propor soluções, explorar possibilidades, levantar hipóteses, justificar seu raciocínio e validar suas próprias conclusões”.

Por esses recortes é possível perceber que um dos grandes desafios apontados pela pesquisadora se referia ao papel da colaboração na formação inicial de professores de Matemática como um elemento chave para o desenvolvimento profissional docente. De fato, ao longo dos trinta anos, que se passaram desde a publicação do referido artigo, muito se pesquisou sobre a importância do cunho comunitário para a formação de professores de Matemática, refletindo benefícios, estratégias e possíveis caminhos no desenvolvimento dessa proposta.

Atualmente, Cyrino (2021, p. 6) aponta que a colaboração é tida como um eixo central de discussão no que se refere à formação de professores, tendo em vista que nos espaços em que esse elemento está presente, é possível promover “processos de interação entre professores, futuros professores, formadores, gestores, dentre outros agentes educacionais e, por conseguinte, um ambiente de aprendizagem para todos os envolvidos nesses processos de interação”.

Por se configurarem dessa maneira, espaços de colaboração entre profissionais da educação podem refletir diferentes pontos de vista a partir de um mesmo problema, aumentando a gama de significados capazes de se produzir para cada um dos integrantes dessas discussões. Sobre isso, a autora afirma que

[...] a constituição de grupos heterogêneos possibilita uma multiplicidade de olhares e pontos de vista. A colaboração provém das interações estabelecidas a partir dos diversos conhecimentos e das experiências de cada participante. A forma como tais interações ocorrem são a base dos processos de ressignificação dos conteúdos matemáticos e das práticas docentes. O compartilhamento de repertórios e a negociação de significados de elementos estruturantes para a apropriação de aspectos teóricos do conhecimento profissional docente abarcam principalmente práticas reflexivas e investigativas (CYRINO, 2021, p. 7).

Essa ideia já era defendida por Cochran-Smith e Lytle (1999, p. 292), quando afirmaram que

Ao trabalhar juntos em comunidades, tanto os professores novatos quanto os mais experientes apresentam problemas, identificam discrepâncias entre

teorias e práticas, desafiam rotinas comuns, baseiam-se no conhecimento de outros para construir um enfoque gerativo e tentam tornar visível muito do que é considerado dado no ensino-aprendizagem.

É nessa reconfiguração dos saberes que os elementos colaborativos brilham no sentido formativo: despidos de medos e julgamentos, com confiança e respeito, sendo possível que as verdadeiras dificuldades e dúvidas de seus integrantes emergjam, tornem-se objetos de estudos e investigação, e reintegrem-se às aprendizagens de forma mais fortalecida.

É importante refletir também sobre a questão da colaboração em termos de desenvolvimento profissional docente (DPD). Para Marcelo (2009, p. 10), o DPD pode ser entendido como um processo “que pode ser individual ou coletivo, mas que se deve contextualizar no local de trabalho do docente — a escola — e que contribui para o desenvolvimento das suas competências profissionais a partir de experiências de diferente índole, tanto formais como informais”.

Esse desenvolvimento das suas competências tem, segundo o autor, sete características, entre as quais estão presentes,

5. O professor é visto como um prático reflexivo, alguém que é detentor de conhecimento prévio quando acede à profissão e que vai adquirindo mais conhecimentos a partir de uma reflexão acerca da sua experiência. Assim sendo, as atividades de desenvolvimento profissional consistem em ajudar os professores a construir novas teorias e novas práticas pedagógicas;

6. O desenvolvimento profissional é concebido como um processo colaborativo, ainda que se assuma que possa existir espaço para o trabalho isolado e para a reflexão (MARCELO, 2009, p. 11).

Dessa forma, por ser concebido como um processo colaborativo, é importante pensar que os espaços formativos podem fortalecer as aprendizagens dos que neles estão inseridos. Em Barbosa e Lopes (2021), é possível perceber que esse contexto, quando vivenciado por licenciandos em Matemática no desenvolvimento do seu estágio curricular supervisionado, contribui à “elaboração de novos conhecimentos e permite mudanças no processo como um todo, em que as propostas efetivadas podem ser redimensionadas, reelaboradas e reaplicadas (BARBOSA; LOPES, 2021, p. 78).

Esse também foi o caso apresentado no estudo de Giusti e Reuwsaat (2021, p. 200), o qual relata que professoras orientadoras de estudos “transformaram e ressignificaram conhecimentos, crenças, atitudes e práticas pedagógicas por meio da participação efetiva na formação que tinha como princípio ir ao encontro das reais necessidades de ensinar matemática”.

Assim, refletir sobre colaboração, desenvolvimento profissional e aprendizagem docente, elementos indissociáveis, torna-se necessário para fortalecer ainda mais espaços formativos que reúnam e contemplem profissionais da educação em movimentos transformadores de sua própria identidade.

### 3 BASE DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO PARA O ENSINO

É de senso comum a ideia de que um professor de Matemática, ao ensinar, deva ter um conhecimento acerca da Matemática mais aprofundado do que seus estudantes, a fim de poder sanar possíveis dúvidas. Mas, pode-se perguntar que conhecimentos são esses? Se são específicos de Matemática ou se envolvem outros elementos para além desse componente curricular?

Refletindo sobre essa questão, Ribeiro (2012, p. 542) aponta que

[...] professores precisam saber/conhecer o assunto (conteúdo) que ensinam, por uma simples razão: professores que não conhecem bem um assunto provavelmente não terão o conhecimento necessário de que precisam para ajudar estudantes a aprendê-lo. Entretanto, conhecer bem um assunto não é suficiente para ensiná-lo.

Logo, pode-se compreender que há mais do que “saber Matemática” envolvido na tarefa de ensinar a disciplina. Essa ideia foi o que deu o pontapé inicial para a construção da Base do Conhecimento Matemático para o Ensino, proposta por Ball, Thames e Phelps (2008), a partir da obra de Lee Shulman (1986).

Shulman (1986) inicialmente pensou que ensinar era uma tarefa que demandava a mobilização de três diferentes tipos de conhecimento: conhecimento do conteúdo, conhecimento pedagógico do conteúdo e conhecimento do currículo. Para esse autor, o conhecimento do conteúdo é tido como aquele que envolve os conhecimentos relativos à organização do conhecimento, aos conceitos, teorias, ideias, assim como práticas e abordagens para desenvolver esse conhecimento.

Já o conhecimento pedagógico do conteúdo é concebido como “uma amálgama especial de conteúdo e pedagogia que é o terreno exclusivo dos professores, seu meio especial de compreensão profissional” (SHULMAN, 1987, p. 206). Nesse, está envolta toda a questão do como ensinar determinado conteúdo, para além do conteúdo em si. Referem-se a isso,

[...] as formas mais úteis de representação dessas ideias, as mais poderosas analogias, ilustrações, exemplos, explicações e demonstrações, numa palavra, as formas de representar e formular o assunto que o torna compreensível para os outros. [...] Inclui uma compreensão do que torna o aprendizado de temas específicos fácil ou difícil: as concepções e preconceitos que alunos de diferentes idades e origens trazem com eles para a aprendizagem desses tópicos e lições mais frequentemente ensinadas (SHULMAN, 1986, p. 9, tradução nossa).

Por fim, o conhecimento do currículo refere-se aos diferentes materiais instrucionais utilizados para ensinar, às matrizes curriculares utilizadas no ensino e seus desdobramentos, à avaliação dos estudantes a partir dessas matrizes, à interdisciplinaridade e às possibilidades de relações que se podem estabelecer a partir de determinados conhecimentos, entre outros.

A partir da proposta de Shulman (1986), entendendo que havia mais desdobramentos nesse quadro teórico, Ball, Thames e Phelps (2008) propuseram

a Base do Conhecimento Matemático Para o Ensino, ou *Mathematical Content Knowledge (MKT)*. Para tal, realizaram um estudo qualitativo com professores baseado em duas questões:

1. Quais são as tarefas e problemas recorrentes do ensino da matemática? O que os professores fazem quando ensinam Matemática?
2. Que conhecimentos matemáticos, habilidades e sensibilidades são necessários para gerenciar estas tarefas? (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p. 395, tradução nossa).

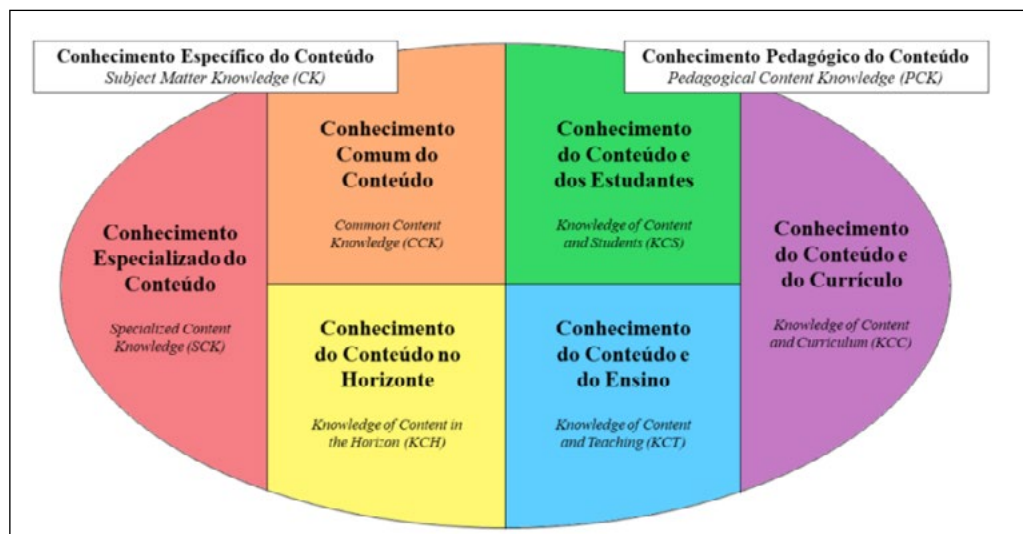
Os autores buscaram compreender, de fato, quais são os conhecimentos matemáticos necessários para realizar as tarefas recorrentes ao ensinar Matemática aos estudantes. Após suas análises, propuseram um quadro teórico (Figura 1) com seis diferentes conhecimentos mobilizados ao ensinar – domínios – divididos em duas grandes categorias, referentes ao Conhecimento Específico do Conteúdo (CK) e ao Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK).

Sobre o CK, segundo Hill e Ball (2009), é claro que alguns conhecimentos matemáticos necessários para o ensino são similares aos utilizados em outras profissões, e tarefas como saber se a resposta de uma operação matemática está correta são comuns, podem ser desempenhadas por todos. Assim, há um domínio do conhecimento que se refere a essas atividades, o do Conhecimento Comum do Conhecimento (CCK).

Mas, entende-se também que algumas demandas, como reconhecer diferentes representações de números racionais, necessitam de um Conhecimento Especializado do Conteúdo (SCK), algo intrínseco ao professor de Matemática saber. Além disso, os autores destacam que na docência, há a necessidade de desenvolver uma espécie de “visão periférica” da Matemática, uma visão do panorama matemático maior do que o que ensino de um determinado conteúdo requer, buscando traçar relações entre diferentes conhecimentos. Assim, surgiu a ideia de um domínio de Conhecimento do Conteúdo no Horizonte (KCH).



Figura 1 – Base do Conhecimento Matemático para o Ensino



Fonte: Adaptado de Ball, Thames e Phelps (2008).

Entretanto, outros conhecimentos que relacionam a Matemática com outros tipos de conhecimentos, remetem-se ao PCK – Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes (KCS), Conhecimento do Conteúdo e do Ensino (KCT) e Conhecimento do Conteúdo e do Currículo (KCC) – que são categorias um pouco mais refinadas do que as propostas por Shulman, e envolvem, por exemplo, o reconhecimento de erros dos estudantes, as maneiras de ensinar um determinado conteúdo e o conhecimento das matrizes curriculares, respectivamente (HILL; BALL, 2009). O quadro teórico pode dar caminhos para pensar a formação de professores de Matemática, além de refletir o ensino. Marins, Teixeira e Savioli (2021, p. 321) destacam que

[...] pelo fato dessa perspectiva ter sido elaborada a partir da prática do professor de Matemática, por meio de tarefas de ensino e de suas possíveis exigências matemáticas, entendemos que esses conhecimentos apresentados podem ser mobilizados/desenvolvidos por meio da participação em um processo formativo que considera o ciclo letivo do professor, desenvolvido em momentos de planejamento, de ensino e de reflexão, aliado a uma abordagem de ensino, a qual proporcione a construção e a reflexão de ações inerentes à prática docente.

Dessa forma, esse estudo leva em consideração esse quadro teórico pelo fato de entender que um contexto colaborativo de formação de professores pode proporcionar o desenvolvimento desses diferentes domínios do conhecimento, o que se busca elucidar através desta investigação.



## 4 ASPECTOS METODOLÓGICOS

A pesquisa aqui relatada é de abordagem qualitativa. De acordo com Minayo (2001, p. 21), neste tipo de pesquisa busca-se trabalhar “com o universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações, dos processos e dos fenômenos que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis.” Garnica (2013, p. 86) reitera essa perspectiva ao afirmar, acerca de pesquisas com esse enfoque, que se reconhece,

(a) a transitoriedade de seus resultados; (b) a impossibilidade de uma hipótese a priori, cujo objetivo da pesquisa será comprovar ou refutar; (c) a não neutralidade do pesquisador que, no processo interpretativo, se vale de suas perspectivas e filtros eventuais prévios dos quais não consegue se desvencilhar; (d) que a constituição de suas compreensões dá-se não como resultado, mas numa trajetória em que essas mesmas compreensões e também os meios de obtê-las podem ser (re)configurados; (e) a impossibilidade de estabelecer regulamentações, em procedimentos sistemáticos, prévios, estáticos e generalistas.

Dessa forma, se faz necessário levar em consideração muitos fatores que emergem da vivência do contexto da pesquisa, no sentido de vislumbrar e analisar o caminho que o grupo de estudos percorre. Partindo desse entendimento, delineou-se a pesquisa como um estudo de caso. Segundo Gil (2002, p. 54), esse é o delineamento “mais adequado para a investigação de um fenômeno contemporâneo dentro do seu contexto real, onde os limites entre o fenômeno e o contexto não são claramente percebidos”.

Pereira, Godoy e Terçariol (2009, p. 424) reiteram que o estudo de caso é

um meio de organizar dados e reunir informações, tão numerosas e detalhadas quanto possível, a respeito do objeto de estudo, de maneira a preservar seu caráter unitário. A totalidade do objeto pode ser preservada através da amplitude e verticalidade dos dados, através dos diferentes níveis de análise, da formação de índices e tipos de dados, bem como da interação entre os dados observados e a dimensão temporal em que se dá o fenômeno.

Participaram desse estudo treze integrantes do Grupo de Estudos e Pesquisas em Geometria (GEPGEO), ligado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIMAT) da Universidade Franciscana, que é composto por docentes e alunos desse programa, professores da rede pública e particular de ensino do Rio Grande do Sul e de outros estados, egressos do PPGECIMAT, alunos de cursos de graduação de outras instituições de ensino superior do estado, e demais interessados em estudar sobre as temáticas do grupo. Ao todo, o grupo já contou com a participação de mais de 25 pessoas desde sua instauração.

Todos os participantes consentiram participar da investigação, tendo assinado um Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE). Além disso, houve a autorização da gestão do grupo de pesquisa para o desenvolvimento do estudo,

sendo respeitadas todas as questões éticas concernentes que se aplicam ao trabalho em questão.

No período analisado para este estudo, a saber, de setembro de 2019 a novembro de 2020, a temática estudada pelo grupo foi “Gestos no Ensino e Aprendizagem de Matemática”, sendo que o Quadro 1, a seguir, apresenta as tarefas desenvolvidas nos encontros. No Quadro 2, consta a participação dos integrantes nos 31 encontros analisados.

Quadro 1 – Encontros do grupo analisados

<b>Encontro</b>	<b>Temática/Tarefa desenvolvida no Encontro</b>
<b>01</b>	Discussão de artigo científico relacionado à temática gestos no aprender/ensinar Matemática.
<b>02</b>	Planejamento de oficina a partir do jogo “Geometria em Ação”, desenvolvido pelo grupo.
<b>03</b>	Aplicação do jogo “Geometria em Ação” com crianças para testagem.
<b>04</b>	Reflexões a partir da aplicação da oficina com o jogo “Geometria em Ação”.
<b>05</b>	Organização e escrita compartilhada de trabalho científico sobre a oficina aplicada com o jogo “Geometria em Ação”.
<b>06</b>	Reflexões a partir da escrita compartilhada do trabalho sobre a oficina aplicada com o jogo “Geometria em Ação”.
<b>07</b>	Discussão de artigo científico relacionado à temática gestos no aprender/ensinar Matemática.
<b>08</b>	Reflexões sobre gestos no ensinar Matemática a partir de trabalhos acadêmicos.
<b>09</b>	Discussão de artigos científicos relacionados à temática gestos no aprender/ensinar Matemática.
<b>10</b>	Discussão de artigos científicos relacionados à temática gestos no aprender/ensinar Matemática.
<b>11</b>	Discussão de artigos científicos relacionados à temática gestos no aprender/ensinar Matemática.
<b>12</b>	Apresentação de estado da arte sobre pesquisas relacionadas à temática gestos no aprender/ensinar Matemática.
<b>13</b>	Testes de habilidade verbal e visual como ferramentas de avaliação.
<b>14</b>	Discussão dos testes anteriores e planejamento do jogo “Geometria em Ação” em formato remoto.
<b>15</b>	Aplicação piloto do jogo “Geometria em Ação” em formato remoto com integrantes do grupo.
<b>16</b>	Aplicação do jogo “Geometria em Ação” em formato remoto com estudantes do Ensino Médio e reflexões pós-aplicação.
<b>17</b>	Construção de questionário pós-jogo para estudantes do Ensino Médio participantes da aplicação do jogo.
<b>18</b>	Aplicação do jogo “Geometria em Ação” em formato remoto com estudantes de Licenciatura em Matemática e reflexões pós-aplicação.
<b>19</b>	Discussão de artigo escrito por participantes do grupo sobre a temática gestos no aprender/ensinar Matemática.
<b>20</b>	Seleção de termos matemáticos presentes no jogo “Geometria em Ação” para aplicação exclusiva nos anos finais do Ensino Fundamental.

<b>Encontro</b>	<b>Temática/Tarefa desenvolvida no Encontro</b>
<b>21</b>	Seleção de termos matemáticos presentes no jogo “Geometria em Ação” para aplicação exclusiva nos anos finais do Ensino Fundamental.
<b>22</b>	Discussão de artigos acadêmicos sobre temas emergentes no grupo: pandemia, tecnologias, insubordinação criativa, materiais didáticos.
<b>23</b>	Discussão de artigos acadêmicos sobre temas emergentes no grupo: pandemia, tecnologias, insubordinação criativa, materiais didáticos.
<b>24</b>	Correção de materiais do jogo “Geometria em Ação”.
<b>25</b>	Aplicação piloto do jogo Gartic com os integrantes do grupo e discussão de seu potencial pedagógico.
<b>26</b>	Seleção de termos matemáticos presentes no jogo “Geometria em Ação” para aplicação exclusiva nos anos iniciais do Ensino Fundamental.
<b>27</b>	Seleção de termos matemáticos presentes no jogo “Geometria em Ação” para aplicação exclusiva nos anos iniciais do Ensino Fundamental.
<b>28</b>	Discussão/reflexões pós-aplicação do jogo Gartic com alunos dos anos finais do Ensino Fundamental.
<b>29</b>	Revisão de termos presentes no Glossário do jogo “Geometria em Ação”.
<b>30</b>	Revisão de termos presentes no Glossário do jogo “Geometria em Ação”.
<b>31</b>	Revisão de termos presentes no Glossário do jogo “Geometria em Ação”.

Fonte: Dos Autores.

Quadro 2 – Participação dos integrantes nos encontros do grupo

<b>Encontro/ Participante</b>	<b>P1</b>	<b>P2</b>	<b>P3</b>	<b>P4</b>	<b>P5</b>	<b>P6</b>	<b>P7</b>	<b>P8</b>	<b>P9</b>	<b>P10</b>	<b>P11</b>	<b>P12</b>	<b>P13</b>
<b>01</b>	X	X	X	X	X	X	X	X	X				
<b>02</b>	X	X	X		X		X	X	X	X			
<b>03</b>	X	X	X	X	X	X	X	X		X			
<b>04</b>	X	X	X	X	X	X		X	X	X			
<b>05</b>	X	X		X	X		X		X				
<b>06</b>	X	X	X	X	X	X	X		X	X			
<b>07</b>	X	X	X		X	X	X	X	X				
<b>08</b>	X	X	X		X	X	X	X	X				
<b>09</b>	X	X	X		X	X			X				
<b>10</b>	X	X				X	X		X	X			
<b>11</b>	X	X	X		X	X				X			
<b>12</b>	X	X	X		X	X	X		X				
<b>13</b>	X	X				X	X		X	X	X	X	
<b>14</b>	X	X			X	X	X	X	X	X	X	X	
<b>15</b>	X	X	X			X		X	X	X	X	X	
<b>16</b>	X	X	X			X	X	X			X	X	
<b>17</b>	X	X	X			X		X				X	
<b>18</b>	X	X	X		X	X		X					
<b>19</b>	X	X	X			X	X					X	
<b>20</b>	X	X	X		X	X	X	X	X	X	X	X	X
<b>21</b>	X	X	X		X	X		X	X	X	X	X	X

Encontro/ Participante	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13
22	X	X	X		X	X		X	X	X		X	X
23	X	X			X	X	X	X	X	X		X	X
24	X	X			X	X	X	X				X	X
25	X	X			X		X	X	X			X	X
26	X	X	X		X		X	X				X	X
27	X	X	X		X	X	X	X	X			X	X
28	X	X	X					X					X
29	X	X	X		X		X	X					X
30	X	X			X	X		X	X				
31	X	X	X		X	X	X		X				X

Fonte: Dos Autores.

Esses encontros foram videogravados, sendo que dentre eles se tem momentos dos participantes em estudos e discussões e aplicações das propostas desenvolvidas em contextos escolares.

Segundo Powell, Francisco e Maher (2004, p. 86), citando outros autores,

[...] o vídeo é um importante e flexível instrumento para coleta de informação oral e visual. Ele pode capturar comportamentos valiosos e interações complexas e permite aos pesquisadores reexaminar continuamente os dados (CLEMENT, 2000, p. 577). Ele estende e aprimora as possibilidades da pesquisa observacional pela captura do desvelar momento a momento, de nuances sutis na fala e no comportamento não-verbal (MARTIN, 1999, p. 79). Ele supera a limitação humana de observação por ser capaz de capturar não apenas “parte do retrato integral” (MARTIN, 1999, p. 76) e é superior às notas do observador, uma vez que não envolve edição automática (MARTIN, 1999, p. 81).

Assim, os vídeos contêm uma rica fonte de dados para este estudo, levando em conta que podem apresentar detalhes importantes que, às vezes, passam despercebidos pelos pesquisadores.

Para a análise dos vídeos, foi utilizado o modelo analítico de análise de vídeos proposto por Powell, Francisco e Maher (2004), que emprega sete fases em sua realização. Essas fases são apresentadas no Quadro 3.

Quadro 3 – Fases para análise de vídeos

Fase	Descrição da Fase
1	<i>Observar atentamente os dados dos vídeos</i> , assistindo várias vezes para familiarizar-se, sem necessariamente empregar uma lente analítica.
2	<i>Descrver os dados dos vídeos</i> , codificando situações pelo tempo, pelas atividades ou pelo significado. Não descrever usando algo como “ele parece ter dito que...”, mas, sim, “ele diz...”. É importante que a descrição seja realmente descritiva e não interpretativa.

Fase	Descrição da Fase
3	<i>Identificar eventos críticos</i> , que se caracterizam por um acontecimento que “demonstra uma significativa ou constante mudança em relação a uma compreensão prévia, um salto conceitual em relação a uma concepção anterior [...] eventos que confirmam ou contradizem hipóteses de pesquisa” (POWELL, FRANCISCO e MAHER, 2004, pp. 104-106).
4	<i>Transcrever</i> os eventos críticos.
5	<i>Codificar</i> , com foco de atenção no conteúdo dos eventos críticos. Criar código para as ideias Matemáticas que podem caracterizar as funções do discurso.
6	<i>Construir enredo</i> , para o qual se requer que o pesquisador proponha organizações criteriosas e coerentes dos eventos críticos. Usar os códigos para isso. Muitas das vezes, é necessário ir e voltar no vídeo.
7	<i>Compor narrativa</i> , olhando para as partes e considerando o todo e vice-versa. Pode parecer que essa é a “última” fase, mas, na verdade, já foi iniciada desde a descrição dos dados.

Fonte: Powell e Silva (2015, p. 45).

A partir do material coletado, partiu-se para a análise na qual se buscou compreender os domínios do conhecimento mobilizados em cada encontro do grupo. Como indicadores para tal, foram utilizadas as questões propostas por Hurrell (2008), apresentadas no Quadro 4.

Quadro 4 - Perguntas indicadoras da mobilização dos domínios do conhecimento

Domínio	Exemplos: você é capaz de:
Conhecimento Comum do Conteúdo	<ul style="list-style-type: none"> <li>• calcular uma resposta corretamente?</li> <li>• resolver problemas matemáticos corretamente?</li> <li>• entender a Matemática que você ensina?</li> <li>• reconhecer quando um aluno dá uma resposta errada?</li> <li>• reconhecer quando um livro de texto é impreciso ou fornece uma definição imprecisa?</li> <li>• usar termos e notações corretamente?</li> </ul>
Conhecimento Especializado do Conteúdo	<ul style="list-style-type: none"> <li>• apresentar ideias Matemáticas?</li> <li>• responder às perguntas “porque” dos alunos?</li> <li>• encontrar um exemplo para apresentar um ponto matemático específico?</li> <li>• reconhecer o que está envolvido no uso de uma representação particular?</li> <li>• vincular representações a ideias subjacentes e a outras representações?</li> <li>• conectar um tópico que está sendo ensinado a tópicos de anos anteriores ou futuros?</li> <li>• explicar objetivos e propósitos matemáticos para os pais?</li> <li>• avaliar e adaptar o conteúdo matemático dos livros didáticos?</li> <li>• modificar tarefas para serem mais fáceis ou mais difíceis?</li> <li>• avaliar a plausibilidade das afirmações dos alunos?</li> <li>• dar ou avaliar explicações Matemáticas?</li> <li>• escolher e desenvolver definições utilizáveis?</li> <li>• usar notação Matemática e linguagem e criticar seu uso?</li> <li>• fazer perguntas Matemáticas produtivas?</li> <li>• selecionar representações para fins específicos?</li> </ul>

Domínio	Exemplos: você é capaz de:
Conhecimento do Conteúdo no Horizonte	<ul style="list-style-type: none"> <li>• fazer conexões entre os tópicos da Matemática?</li> <li>• fazer conexões entre as diferentes vertentes da Matemática?</li> <li>• articular como a Matemática que você ensina se encaixa na Matemática que vem depois?</li> </ul>
Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes	<ul style="list-style-type: none"> <li>• antecipar o que os alunos provavelmente pensarão?</li> <li>• prever o que os alunos acharão interessante e motivador ao escolher um exemplo?</li> <li>• antecipar o que um aluno achará difícil e fácil ao concluir uma tarefa?</li> <li>• ouvir e interpretar as ideias emergentes e incompletas dos alunos?</li> <li>• reconhecer e articular conceitos errôneos que os alunos carregam sobre um determinado conteúdo de Matemática?</li> </ul>
Conhecimento do Conteúdo e do Ensino	<ul style="list-style-type: none"> <li>• relacionar ao conteúdo matemático da sequência?</li> <li>• selecionar exemplos para aprofundar o conhecimento matemático dos alunos?</li> <li>• selecionar representações apropriadas para ilustrar o conteúdo?</li> </ul>
Conhecimento do Conteúdo e do Currículo	<ul style="list-style-type: none"> <li>• articular as vertentes do currículo?</li> <li>• articular as proficiências do currículo de Matemática?</li> <li>• articular uma familiaridade com a estrutura do currículo de Matemática?</li> </ul>

Fonte: Hurrel (2008, p. 58, tradução nossa).

A partir dessa análise, foram identificados os diferentes domínios mobilizados a partir de cada encontro, trazendo excertos da participação para ilustrar momentos em que ocorreram. Ainda, são feitas reflexões sobre como esses podem colaborar na formação dos integrantes do referido grupo.

## 5 RESULTADOS

Para sintetizar os resultados de maneira inicial, o Quadro 5 apresenta a categorização feita por encontro, em que foram identificados os domínios mobilizados por seus participantes nas reuniões através de suas falas e discussões.

Quadro 5 – Mobilização dos Domínios do Conhecimento Matemático para o Ensino por encontro

Encontro/ Domínio	Conhecimento Comum do Conteúdo	Conhecimento Especializado do Conteúdo	Conhecimento do Conteúdo no Horizonte	Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes	Conhecimento do Conteúdo e do Ensino	Conhecimento do Conteúdo e do Currículo
01	X	X		X	X	X
02	X	X		X	X	
03	X	X		X	X	X
04	X	X		X	X	X
05	X	X		X	X	
06	X	X		X	X	
07	X	X		X	X	
08	X	X		X	X	X

Encontro/ Domínio	Conhecimento Comum do Conteúdo	Conhecimento Especializado do Conteúdo	Conhecimento do Conteúdo no Horizonte	Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes	Conhecimento do Conteúdo e do Ensino	Conhecimento do Conteúdo e do Currículo
09	X	X	X	X	X	
10	X	X		X	X	X
11	X	X		X	X	X
12	X	X		X	X	
13	X	X	X	X	X	X
14	X	X		X	X	X
15	X	X		X	X	
16	X	X		X	X	X
17	X	X		X	X	X
18	X	X		X	X	X
19	X	X		X	X	
20	X	X	X	X	X	X
21	X	X	X	X	X	X
22	X	X		X	X	
23	X	X		X	X	
24	X	X		X	X	
25	X	X		X	X	
26	X	X	X	X	X	X
27	X	X		X	X	X
28	X	X		X	X	X
29	X	X	X	X	X	X
30	X	X	X	X	X	X
31	X	X	X	X	X	X

Fonte: Dos Autores.

O primeiro domínio, relacionado ao Conhecimento Comum do Conteúdo, é definido

[...] como o conhecimento e a habilidade matemática usados em ambientes além do ensino. Os professores precisam conhecer o material que ensinam; eles devem reconhecer quando seus alunos dão respostas erradas ou quando o livro didático dá uma definição imprecisa. Quando os professores escrevem no quadro, eles precisam usar os termos e notações corretamente. Em resumo, eles devem ser capazes de fazer o trabalho que designam seus alunos. Mas alguns destes exigem conhecimentos e habilidades matemáticas que outros também possuem – não são especiais para a tarefa de ensinar. Por “comum”, no entanto, não queremos sugerir que todos tenham esse conhecimento. Pelo contrário, queremos indicar que este é um conhecimento do tipo utilizado em uma grande variedade de ambientes – em outras palavras, não exclusivo do ensino (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p. 399, tradução nossa).

De fato, tarefas da docência envolvem conhecimentos básicos de Matemática, que podem ser mobilizados por qualquer pessoa que os conheça, de maneira correta ou não. Ball, Thames e Phelps (2008, p. 399, tradução nossa) ainda dão exemplos de tipos de perguntas que fazem ao reconhecer a mobilização dos conhecimentos



desse domínio, como “O que é um número que se situa entre 1,1 e 1,11? Fazemos perguntas que exigem saber que um quadrado é um retângulo, que  $0/7$  é 0, e que as diagonais de um paralelogramo não são necessariamente perpendiculares”.

Fato é que discussões que envolveram esses conhecimentos foram mobilizadas pelos participantes do grupo em todos os encontros, tendo em vista que, termos geométricos eram constantemente enunciados e reconhecidos pelos participantes. Por muitas vezes, desenhos e cálculos foram feitos para retomar conhecimentos que por ora pareciam esquecidos por alguns dos participantes. O caso do encontro 11, em que foi proposto um desafio matemático para resolução, ilustra tal fato. Ademais, a Figura 2, na sequência, sendo a resolução de P2 para o desafio, auxilia no entendimento do diálogo.

*P1: Na semana passada, no final do encontro, eu passei um desafio. Qual era a minha expectativa? Que vocês visualmente e rapidamente imaginassem e dessem a solução. Na verdade, o que a gente como matemático vai e faz? As contas, vai provar. Não tem muito a ver com essa questão toda, que são os aspectos visuais [...] então vou dizer o que eu fiz. Como a gente estava com um quadradinho, o que eu tinha? Um ângulo alpha, que fechava dois acima e três abaixo. Depois tinha um beta, genérico, e depois tinha um terceiro ângulo, que os três somavam 90 (graus). Só que esse outro três ele tinha também as mesmas medidas, o 2 e o 3.*

*P3: Só que ao contrário.*

*P1: Então esses dois ângulos eram iguais, não eram iguais? Se eles eram iguais, as tangentes dos ângulos eram as mesmas, acho que era dois terços porque não estou com ele na mão agora.*

*P3: Mas não era assim, P1.*

*P1: Não eram?*

*P3: Eu tô com eles aqui porque fiz hoje de manhã. Eram dois triângulos retângulos, né?*

*P1: Dois triângulos retângulos.*

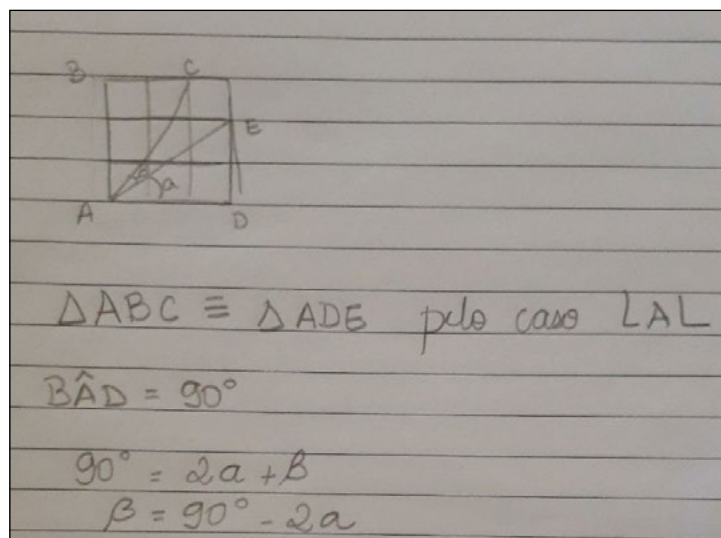
*P3: Um cateto era três e o outro era dois terços do lado, né, e era o cateto contrário.*

*P1: Era três e dois?*

*P3: É, é uma coisa assim. Na verdade, os dois somados vão dar  $45^\circ$ .*

*P1: Tá, então seria isso aí.*

Figura 2 – Resolução de P2 ao desafio proposto



Fonte: Dos Autores.

Pode-se perceber pelo trecho acima, que a mobilização de conhecimentos relacionados ao domínio do Conhecimento Comum do Conteúdo de fato ocorreu, ao fazer a utilização de termos matemáticos para resolver o problema proposto, que era encontrar a medida do ângulo beta. Além disso, pelo diálogo, tentou-se dar uma explicação geral de como a resposta era encontrada, buscando sanar dúvidas que haviam ficado, como na resposta apresentada.

De forma geral, a mobilização desse domínio foi mais presente ao discutir termos geométricos presentes no jogo “Geometria em Ação”, na leitura de textos acadêmicos que apresentavam ideias matemáticas em seu teor, ao jogarem “Geometria em Ação” e Gartic nos encontros do grupo e, nas reflexões feitas a partir das aplicações com os estudantes. O diálogo a seguir é do encontro 4, em que refletiam sobre a aplicação do jogo “Geometria em Ação” e tentavam explicar os gestos utilizados pelos alunos ao representar os termos matemáticos.

P8: Um termo que foi difícil era... radiano?

P10: Era radiano.

P3: Radiano eles falaram tudo menos radiano (Representando com as mãos). A menina fez o círculo, fez o raio, pediu para dividir, e aí eles entenderam e ficaram falando que era pi, que era raio, círculo, comprimento, , e a guria fez ali, e não saiu o radiano.

P6: Radiano também é um termo muito complicado, a medida do ângulo.

P4: Sim.

Logo, percebe-se que essa mobilização pode ter favorecido a revisitação de conceitos geométricos discutidos ao longo dos encontros por muitos dos

participantes e até mesmo, que esses criassem novos entendimentos sobre tais conceitos.

Já o segundo domínio da base, o Conhecimento Especializado do Conteúdo, envolve

[...] o conhecimento matemático e a habilidade exclusivos do ensino. [...] Um exame minucioso revela que SCK é o conhecimento matemático não tipicamente necessário para outros propósitos que não o ensino. Ao procurar padrões nos erros dos alunos ou ao dimensionar se uma abordagem não-padrão funcionaria em geral, como em nosso exemplo de subtração, os professores têm que fazer um tipo de trabalho matemático que outros não fazem. Este trabalho envolve um tipo de desembrulhamento da matemática que não é necessária – ou mesmo desejável – em outros ambientes além do ensino (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p. 400, tradução nossa).

Chinnapan e White (2015, p. 159) especificam ainda mais, ao afirmar que esse domínio inclui “a estruturação e a representação de conceitos matemáticos, a identificação da matemática que sustenta uma tarefa instrucional e a antecipação de diferentes maneiras pelas quais os alunos podem pensar sobre conceitos, incluindo seus conceitos errôneos”.

Dessa forma, as atividades do grupo que mobilizaram esse domínio deveriam centrar-se na Matemática que é específica para ensinar, em um sentido de antecipação de dificuldades, utilização de diferentes representações para conceitos matemáticos, entre outros. O fato é que durante o período analisado, o grupo tratava especificamente do desenvolvimento do jogo “Geometria em Ação” que, por definição, utiliza diferentes representações na tarefa de aprender.

Aliás, Ding (2016) traz atenção ao fato de que a representação é um dos principais elementos relacionados a esse domínio, tendo em vista que Ball, Thames e Phelps (2008, p. 400) destacaram a capacidade dos professores em “selecionar representações para fins particulares”, “reconhecer o que está envolvido no uso de uma determinada representação” e “ligar representações a ideias subjacentes e a outras representações”.

No diálogo apresentado anteriormente, foi possível perceber que as representações de termos matemáticos foram tema de discussão do grupo perante o que os alunos produziam para sinalizar conceitos matemáticos. Esse fato também ocorreu quando os professores puderam jogar “Geometria em Ação” no formato remoto e Gartic pela primeira vez, nas aplicações-piloto.

No encontro 26, ao comentar sobre termos geométricos possíveis de serem trabalhados nos anos iniciais do Ensino Fundamental, há um diálogo que explora a questão da construção de representações para tais termos.

*P3: Eu estou com a minha sobrinha essa semana, ela tem quatro anos. Ela sabe diferenciar triângulo, de quadrado e de losango. Coisa mais bonitinha.*

*P1: É bem isso.*

*P3: Ela me ensinou que se tu juntares dois triângulos você obtém um losango.*

*P1: Olha, que bonitinha.*

P2: *E é uma boa maneira de introduzir as novas figuras, a partir das que eles já conhecem.*

P3: *Sim, bem legal. Quer dizer, ela está na pré-escola, e eles já têm essas noções na pré-escola.*

Por esse trecho, pode-se perceber que houve a discussão acerca da possibilidade de inserção de novas figuras a partir das figuras que eles já conheciam, pela decomposição. Nesse mesmo encontro, foi discutida a questão de como a malha quadriculada pode facilitar essa mesma atividade de reconhecimento de novas figuras, explorando outras maneiras de representar.

No próximo encontro, ao discutirem sobre o conceito de bissetriz, apresentado na Figura 3, a seguir, a questão da antecipação dessa diferente maneira de pensar matematicamente, que poderia causar interpretações dúbias, levou os integrantes a discutirem termos relacionados à Matemática para o ensino.

P1: *Em termos de bissetriz, não existe a bissetriz do ângulo externo?*

P2: *Sim.*

P1: *Existe né. Isso fica contemplado aqui, ou não?*

P2: *Não talvez pela ideia de semirreta interna né?*

P1: *Pois é.*

P7: *Não, mas eu acho que o interno aqui não quer dizer que o ângulo é interno. Tá dizendo só que essa semirreta... é um indicativo de dar a sua localização né.*

P12: *Interna ao ângulo, né, P7?*

P7: *Interna ao ângulo, não quer dizer que não é considerado o ângulo externo.*

P1: *Hum...*

P7: *É só para dar uma direção, porque como essa semirreta só tem como ponto ali o vértice. Ao menos eu interpretaria nesse sentido assim, de saber onde ela estaria localizada.*

P2: *É que mesmo que fosse um ângulo externo, a semirreta seria interna a aquele ângulo, é isso?*

P12: *Uhum.*

P1: *Sim, sim, sim. Então esse não fere mais ninguém (rindo)? Só para a gente pensar, e teremos que olhar isso com mais cuidado.*

P3: *Eu acho que a palavra interna não é preciso, então. Pode confundir os alunos. É uma semirreta que divide o ângulo em dois ângulos congruentes. Não sei se precisa ser traçada a partir do seu vértice, eu nunca usei isso. Como é que eu defino bissetriz para os meus alunos? É uma semirreta que divide o ângulo em dois ângulos congruentes, e é isso. Senão como vai repartir o ângulo em dois congruentes? Tem que partir do vértice, então, não tem sentido isso.*

P1: *Pois é.*

P3: *Eu simplificava esse conceito.*

P7: *Ou no máximo colocar com origem no vértice, que divide em dois ângulos congruentes.*

P3: *É.*

Figura 3 – Conceito de bissetriz discutido, antes e após as discussões



Fonte: Dos Autores.

Portanto, percebe-se pelos excertos, que a mobilização dos conhecimentos referentes ao Conhecimento Especializado do Conteúdo também esteve presente nas discussões propostas pelo grupo, podendo favorecer as aprendizagens dos professores participantes.

Em se tratando do domínio do Conhecimento do Conteúdo no Horizonte, entende-se que esse se trata de

[...] uma consciência de como os tópicos matemáticos estão relacionados ao longo da extensão da matemática incluída no currículo. Os professores da primeira série, por exemplo, podem precisar saber como a matemática que ensinam está relacionada com a matemática que os estudantes aprenderão na terceira série para poder estabelecer as bases matemáticas para o que virá depois. Também inclui a visão útil para ver conexões com ideias matemáticas muito posteriores.” (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p. 403, tradução nossa).

Essa definição já apresenta alguns desdobramentos em um sentido de entender que há duas vertentes nela: uma vertente curricular, do horizonte do currículo da disciplina de Matemática, e uma vertente mais matemática, relacionada a um ponto de vista superior ou uma Matemática mais avançada.

Fato é que, mesmo que ambos os entendimentos sejam válidos, o domínio do Conhecimento Matemático no Horizonte tem sido pouco explorado em trabalhos que envolvem grupos de estudos, conforme apontado por Soares e Leivas (2021).

No que tange a esse estudo em questão, a mobilização do domínio ocorreu, em menor escala, durante os encontros do grupo, e quando ocorreu, foi principalmente pela vertente da Matemática avançada e suas interrelações.

Durante o encontro 9, quando discutiam representações da Matemática apresentada na mídia durante a pandemia de coronavírus, o seguinte diálogo ocorreu:

*P3: Eu acho que é uma coisa que a gente pode começar a olhar, esse tipo de erro icônico, sabe? Eu já quero analisar os erros dos caras (rindo). [...] Uma coisa que eu também vi, nessa história, é o visual, os gráficos... Só saindo um pouco do que a gente tá estudando, mas eu acho que tem a ver. Se a gente olhar os gráficos que são representados na mídia, são gráficos de linha, só que são diários. Então, o teu domínio é discreto, e aí os caras emendam a linha... claro que didaticamente,*

*visualmente, é muito mais interessante tu ver as linhas, se não fossem aquelas linhas ia ficar aquele monte de pontinhos, não seria atrativo, mas o gráfico correto é aquele gráfico de barras. Porque aquele gráfico de linha contínua não tem sentido matematicamente.*

*P6: Ele mais tá fazendo uma linha de tendência, né, tendência do ponto estar naquele intervalo ali.*

*P3: Pois é, só que ninguém fala que é um gráfico de tendência, eles colocam como se fosse o gráfico da... da situação. E ainda que, daqui a três anos no ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio), os caras vão estar colocando aquilo lá como representação de função, e não tá certo.*

*P1: É. [...] essa história de gráfico de função contínua e descontínua é um problema dos nossos coleguinhas. Porque coloca o gráfico de uma função, diz que uma função tem domínio e imagem tal e uma lei, e o cara faz  $f(x)=x+3$  uma reta, sem falar quem é o domínio.*

*P3: Então, aí eu coloquei isso lá no departamento, a gente tem um grupo e eu coloquei essa questão lá no departamento. Todo mundo defendeu que os gráficos estavam corretos [...] e eu disse, não gente, como isso é importante, e às vezes o cara não faz por querer, é uma imposição.*

Pode-se perceber por esse trecho uma discussão que parte da estatística, em relação ao tipo de gráfico utilizado, e que chega até a discussão de domínio da função e a forma com que ensinamos, discutindo continuidade e descontinuidade. Assim, há uma certa conexão com diferentes tópicos da Matemática, visualizando como tais situações poderiam gerar interpretações e conhecimentos errôneos mais à frente para pessoas que abstraíssem aquela ideia.

De fato, teorias como as de Tall (2013) apontam que esses “já-conhecidos”, que seriam conceitos com os quais se tem experiências prévias, podem auxiliar ou atrapalhar na aprendizagem de novos conceitos, e esse pode ser um caso que gere dificuldades ou ideias equivocadas.

Diversos outros momentos relacionaram tópicos de áreas diferentes da Geometria, partindo de interpretações da Geometria Espacial, por exemplo, até a Geometria Analítica. Esse foi o caso do encontro 27, em que discutiam uma melhor definição para o termo esfera no material do jogo “Geometria em Ação”. A Figura 4, a seguir, ilustra como era e como ficou a definição, após as discussões do grupo.

*P1: Outra coisa que apareceu agora no livro e que a gente discutiu bastante é a questão de esfera. A bolinha de gude e a bolinha de pingue-pongue representam o mesmo objeto do cotidiano? Não, né...*

*P12: Leigamente, sim, mas não, né...*

*P1: Gostei o leigamente, sim (rindo)... Não, né. Então, acho que são dois conceitos que a gente também tem que explorar. Por exemplo, o livro vem trazendo essas coisas, esses conceitos, (esfera) é o conjunto de pontos do espaço equidistantes de um ponto fixo. Isso não é esfera, é a superfície esférica.*

*P12: Ela tem que ser menor ou igual, né...*

*P1: Exatamente. Por quê? Porque aí eu vou para a geometria analítica...E qual é a equação de uma esfera e qual é a equação quando eu dou o igual, e quando eu dou o menor ou igual, são lugares geométricos definidos por leis distintas.*

*P12: É verdade.*

Figura 4 - Antes e depois da definição de esfera

**23) Esfera:** é o conjunto de pontos do espaço equidistantes de um ponto fixo.

**34) Esfera:** dados um ponto fixo  $O$  e um segmento de medida  $r$ , denominamos esfera, o conjunto de pontos do espaço cuja distância a  $O$  é menor ou igual a  $r$ .

Fonte: Dos Autores.

Assim, vê-se que a discussão embasada em outras áreas da Matemática contribuiu para que definições antes conhecidas e consideradas corretas para os participantes fossem repensadas e até mesmo modificadas, promovendo um debate sobre a Matemática que cada um acreditava ser correta naquele momento. Essa mobilização do domínio do Conhecimento do Conteúdo no Horizonte pôde, como visto, favorecer que a visão sobre a Matemática de participantes que não tinham essas ideias fosse ampliada e aprofundada.

No que tange aos domínios do conhecimento relacionado à parte pedagógica, o primeiro deles comentado nesse texto é o Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes. Esse é definido por Ball, Thames e Phelps como aquele

[...] que combina conhecimento sobre os estudantes e conhecimento sobre matemática. Os professores devem antecipar o que os alunos provavelmente pensarão e o que eles acharão confuso. Ao escolher um exemplo, os professores precisam prever o que os estudantes acharão interessante e motivador. Ao designar uma tarefa, os professores precisam antecipar o que os estudantes provavelmente farão com ela e se a acharão fácil ou difícil. Os professores também devem ser capazes de ouvir e interpretar o pensamento emergente e incompleto dos alunos, expresso na forma como os alunos usam a linguagem. Cada uma destas tarefas exige uma interação entre o entendimento matemático específico e a familiaridade com os alunos e seu pensamento matemático (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p. 401, tradução nossa).

Hill *et al.* (2008) apontam que esse domínio está inteiramente ligado à ideia de Conhecimento Pedagógico do Conteúdo proposto por Shulman (1986), visto que ambos se concentram na compreensão dos professores sobre o que torna um conhecimento fácil ou difícil e nas concepções e aprendizagens que os estudantes já trazem para a sala de aula.

No estudo em questão, tal domínio aparece em todos os encontros do grupo, especialmente nos que envolvem o planejamento de aplicações com os estudantes e as reflexões pós-prática. Discussões teóricas também levantaram conhecimentos relacionados a este domínio, uma vez que promovem pensar sobre sua prática, possíveis aplicações e relações entre a teoria e a prática.

Enquanto discutiam a adaptação dos Testes de Habilidade Verbal e Espacial propostos no encontro 13 durante o encontro 14, o seguinte diálogo chama a atenção:



P12: *Eu tenho aqui um questionamento, olha só. A gente quando faz essa adaptação, se a pessoa conhece o termo..., mas o fato de conhecer o termo talvez não esteja relacionado com o fato de conhecer o conceito geométrico e aí, não sei como a gente poderia equalizar isso. Um aluno pode, por exemplo, me dizer que sabe, já ouviu falar em retas transversais, mas aí, o que são retas transversais, sabe?*

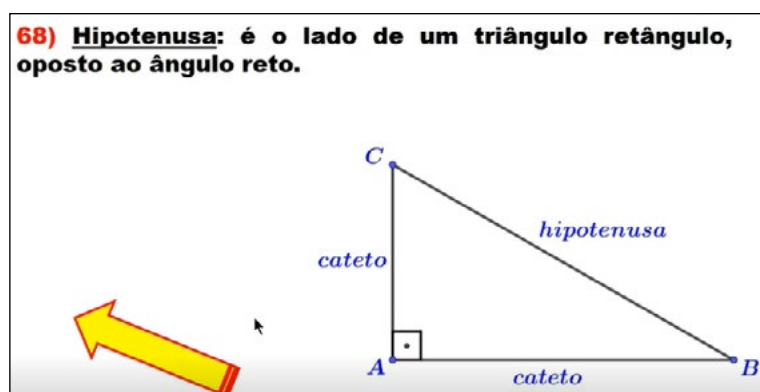
P1: *É.*

P12: *A relação entre conhecer a palavra retas transversais e conhecer o conceito... eu não sei se a gente pode dizer que o cara que tem conhecimento das palavras sabe a Geometria, sabe?*

Vê-se aqui uma preocupação com o entendimento dos estudantes a partir de uma situação proposta no teste, em que o participante P12 antecipa essa relação entre conhecer e ter um significado matemático próprio para aquela palavra, o que vai ao encontro da ideia de antecipação das dificuldades da aplicação do teste com os estudantes.

Essas constantes preocupações do fazer docente também aparecem em trechos do encontro 15, enquanto discutiam a definição do termo “hipotenusa” proposta no jogo “Geometria em Ação”. A Figura 5 apresenta essa definição para auxiliar no entendimento do diálogo.

Figura 5 – Definição do termo hipotenusa presente no jogo “Geometria em Ação”



Fonte: Dos Autores.

P1: *Por exemplo, aqui, eu acho que a gente podia mudar a posição do triângulo retângulo, que esse é o canônico, que aparece em tudo quanto é canto. E eu como contestador que sou, gostaria de colocar em uma outra posição, para a gente não rotular essas coisas. Porque depois os alunos só têm essa imagem do que seria um triângulo retângulo, e caso vejam outra representação que não seja essa, não reconhecem.*

P11: *É, é bem comum, e isso pode ajudar a reconhecer melhor.*

Pode-se perceber aqui uma preocupação com a criação de imagens mentais diferentes para o mesmo conceito, que pode favorecer o reconhecimento dos triângulos retângulos em diferentes posições. Assim, passa-se da ideia de apenas

reproduzir o que já estava posto, mas sim, de remodelar o construído buscando promover um entendimento mais aprofundado sobre o conceito abordado.

Por Settimy e Bairral (2020), pode-se concluir que algumas dificuldades envolvendo a visualização em Geometria Espacial advêm da dificuldade em reconhecer e representar figuras geométricas planas e espaciais, e que a exploração de diferentes representações pode favorecer o desenvolvimento do pensamento visual, o que se alinha à afirmação anterior, que foi uma preocupação dos participantes do grupo.

No que tange à mobilização do segundo domínio pedagógico, o Conhecimento do Conteúdo e do Ensino, também houve muitos momentos em que se pôde refletir à luz desses conhecimentos e, possivelmente, aprender mais sobre o ensino.

#### O conhecimento relacionado a esse domínio

[...] combina conhecimento sobre ensino e conhecimento sobre matemática. Muitas das tarefas de ensinar matemática exigem um conhecimento matemático da concepção de aprender. Os professores sequenciam conteúdos particulares para a aprendizagem. Eles escolhem com que exemplos começar e que exemplos utilizar para levar os alunos mais a fundo no conteúdo. Os professores avaliam as vantagens e desvantagens instrucionais das representações usadas para ensinar uma ideia específica e identificam quais os diferentes métodos e procedimentos que permitem a aprendizagem. Cada uma destas tarefas requer uma interação entre a compreensão matemática específica e uma compreensão das questões pedagógicas que afetam a aprendizagem dos alunos (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p. 401, tradução nossa).

Lestari, Juniati e Suwarsono (2018, p. 3, tradução nossa) afirmam que ter Conhecimento do Conteúdo e do Ensino bem desenvolvido também envolve

[...] avaliar as vantagens e desvantagens da representação utilizada para ensinar um determinado conteúdo para atender às necessidades dos estudantes. Portanto, os professores devem ser capazes de apresentar o conteúdo de várias maneiras, tais como; uma questão de um problema concreto ou contextual, imagem, situação ou recurso. Além disso, os professores precisam ter o conhecimento para organizar o conteúdo para aprender, decidir usar exemplos para começar ou exemplos para aprofundar a compreensão.

Nesse sentido, esses autores ainda demarcam indicadores da mobilização do domínio do Conhecimento do Conteúdo e do Ensino, quais sejam: a) seleção e implementação de estratégias/abordagens de ensino, b) organização de materiais e tarefas de aprendizagem, c) seleção de representações e, d) seleção e execução de avaliação (LESTARI; JUNIATI; SUWARSONO, 2018).

Enquanto grupo que se relaciona ao Ensino de Geometria, muitas demandas foram relacionadas aos elementos do ensinar, o que faz com que esse domínio seja um dos que mais permeia as discussões realizadas por seus participantes.

Seja avaliando e desenvolvendo metodologias de ensino, refletindo a prática dos professores, aprofundando conhecimento teóricos e práticos ou em quaisquer

outras tarefas, as discussões eram norteadas, inicialmente, por aspectos relacionados ao ensinar Geometria.

No encontro 1, enquanto discutiam um texto que se relacionava com a utilização de gestos no ensinar e o jogo “Geometria em Ação”, há a seguinte fala:

*P2: (lendo o artigo) no entanto, nenhuma pesquisa até o momento analisou diretamente se os gestos dos professores que se referem às representações vinculadas fazem diferença na aprendizagem do aluno. É mais benéfico para os alunos quando os professores se referem a cada uma das representações vinculadas multimodalmente. Dado que os gestos contribuem para a compreensão da linguagem, é lógico que seria benéfico para a aprendizagem dos alunos quando os professores gesticulassem para cada uma das representações vinculadas usando gesto e fala.*

*P1: Olha aí, chegamos em um ponto chave. [...] Quando ele diz que não tem nenhuma pesquisa analisando diretamente se os gestos se referem às representações vinculadas, é exatamente o que a gente está fazendo, né, as atividades que vocês pegaram os conteúdos e organizaram nas cartinhas. Quer dizer, o que a gente tá, a gente tá articulando...*

*P2: diferentes representações.*

*P1: o que a gente precisaria é ver como é que ocorre ou não a aprendizagem, ou a representação correta dos conceitos. Em uma investigação, o que a gente teria que ver? Qual é o conhecimento que esses alunos têm, prévios, de conteúdo, e o que fica depois.*

*P9: Será que de repente não poderia pegar algumas partes do jogo mesmo, e colocar em uma folha para eles fazerem? E aí joga e depois faz a mesma folha?*

Vê-se aqui a articulação de uma estratégia de avaliação para o jogo que estava sendo desenvolvido, em fase inicial, e como poderia ser pensada a questão da aprendizagem a partir do jogo. De fato, em sua primeira aplicação, foi proposto um questionário inicial e outro final, conforme a sugestão de P9 no diálogo, demonstrando que essa articulação das preocupações dos aspectos do ensino foi incorporada aos trabalhos propostos pelo grupo. O questionário foi composto por três perguntas sobre um tópico relacionado ao jogo – coroa circular, hipérbole e tronco de cone – e foi solicitado que apresentassem o conceito, o representassem por meio de um desenho e, após, descrevessem como seria feito um gesto desse conceito. Os resultados desse questionário e da aplicação do jogo estão descritos em Soares *et al.* (2021).

Refletindo sobre a aplicação do jogo “Geometria em Ação” com alunos do Ensino Médio, o seguinte diálogo ocorreu:

*P12: Algumas coisas eu anotei. A explicação das regras do jogo, lá no início, poderia ser mais objetiva, mais clara, ou até mesmo dar um exemplo para eles, porque a dinâmica do jogo é tranquila, é simples, mas parece que quando a gente vai explicando, quanto mais explica pior fica, não é bem isso, mas sabe?*

*P1: Uhum.*

*P2: Então, talvez se a gente fizesse uma rodada teste antes de começar a jogar seria mais facilitado para que eles pudessem se antenarem na dinâmica do jogo?*

*P12: Acho que sim. Ajuda a entender as etapas melhor.*

*P2: Ou quem sabe fazer um powerpoint com as regras e apresentar, e depois perguntar se têm dúvidas?*

*P12: Ah, isso é legal.*

*P1: Pois é. Então, a gente pode começar por aquilo, né?*

*P12: Tanto que uma das meninas falou, vamos jogar pra ver como é que fica.*

*P2: Sim, talvez seja importante fazer sempre uma rodada piloto antes de começar pra valer.*

Percebe-se aqui uma discussão referente a qual seria a melhor maneira de apresentar o jogo, e qual sequência deveria ser feita para facilitar a compreensão dos participantes sobre o como jogar. De fato, essa abordagem de abrir com uma rodada piloto e com o PowerPoint das regras também foi utilizada em outras aplicações e na introdução de jogos como o Gartic, demonstrando que esse simples fato já gerou mudanças para as próximas experiências que vieram no grupo. Enfim, houve muitos momentos em que as questões relacionadas ao ensino foram pensadas, e isso pôde reverberar na prática de todos os participantes do grupo desde então.

Por fim, em se tratando do último domínio do conhecimento, o Conhecimento do Conteúdo e do Currículo, que se refere ao “conhecimento dos materiais disponíveis usados para apoiar o aprendizado do aluno e avaliar a qualidade matemática dos materiais instrucionais. É o conhecimento de avaliações educacionais, e o sequenciamento de tópicos em todos os níveis de ensino” (MAJEZA, 2020, p. 21, tradução nossa).

Para Nadas (2019, p. 43, tradução nossa), um professor com esse domínio bem desenvolvido é capaz de

- Articular os tópicos do currículo
- Articular as competências relacionadas a cada tópico no currículo matemático
- Articular e demonstrar uma familiaridade com a estrutura do currículo matemático
- Vincular representações a ideias subjacentes e a outras representações
- Conhecimento dos materiais disponíveis (por exemplo, livros didáticos) e suas finalidades.

Assim, ter uma boa ideia de como está posto o currículo de Matemática para todos os anos da escolarização básica e diferenciá-lo de tópicos do Ensino Superior, são algumas das tarefas desenvolvidas pelo grupo na mobilização desse conhecimento.

Por muitas vezes, durante o planejamento do jogo “Geometria em Ação”, os participantes revisitaram livros didáticos para construir o glossário presente no jogo, ou para reconhecer a presença – ou não – de determinados itens em anos específicos da escolarização básica.

Esse é o caso dos encontros 26 e 27, por exemplo, nos quais foi construído um quadro com termos geométricos encontrados em uma coleção de livros didáticos presente no Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) para cada ano do conhecimento. Um trecho do encontro 25, em que se tratava da adaptação do

jogo Gartic para esse público e que antecedeu a criação de um quadro com termos geométricos trabalhados nos anos iniciais do Ensino Fundamental, é apresentado a seguir.

*P1: Teria que fazer uma boa adaptação dele, né, e eu acho que na minha opinião assim, valeria a gente pegar para... bem para a escola básica, por quê?... porque o Piaget e a Inhelder falavam bastante na questão das representações, né? Então a questão de representação às vezes ela é anterior à formalização dos conceitos, e começa lá cedo, com as crianças. Então, se a gente trabalhasse com até o quarto, quinto ano, o jogo bem voltado para essa clientela, seria uma coisa bem interessante. [...], mas aí a gente teria que ter uma coisa assim mais básica, porque alguns conceitos eles já não sabem. Seria mais mesmo de Geometria Plana e Espacial.*

*P8: Sim.*

*P1: Por exemplo, pegar as coisas que a BNCC (Base Nacional Comum Curricular) prevê e a gente pensar em um vocabulário bem específico né?*

*P2: Sim, termos como hipérbole não podem entrar, né? (rindo).*

*P8: [...] E será que vamos conseguir 50 palavras, só de Geometria, até o 5º ano?*

*P1: Com certeza, não?*

*P8: A gente pode tentar.*

Percebe-se que há uma consciência coletiva de que o jogo necessitaria ser revisado para ser aplicado nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Essa revisão de habilidades da BNCC e de termos presentes nos livros didáticos que ocorreu nos encontros seguintes a esse diálogo pode ter proporcionado que os professores participantes tivessem contatos iniciais com essas ideias, tendo em vista que, em sua maioria, os participantes cursam ou cursaram Licenciatura em Matemática, e muitas vezes não são abordados tópicos relacionados a esse nível de ensino.

Dessa forma, mesmo que em menor mobilização durante os encontros do grupo, a participação no mesmo pode ter proporcionado que Conhecimentos do Conteúdo e do Currículo fossem integrados aos saberes dos professores.

## 6 CONSIDERAÇÕES

Este trabalho teve por objetivo analisar como ocorre a mobilização de diferentes domínios do Conhecimento Matemático para o Ensino pelos participantes de um grupo de estudos e pesquisa em Geometria em seus encontros, buscando traçar possíveis contribuições dessa área para a formação de seus integrantes.

Para tal, foram analisados 31 encontros gravados de um grupo de estudos e elencados diferentes domínios que foram desenvolvidos em cada um desses, procurando evidenciar que a participação no grupo de estudos pode promover a mobilização de conhecimentos relacionados a estes.

De fato, a partir do descrito, pôde-se perceber que os domínios do Conhecimento Comum e Especializado do Conteúdo e do Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes e do Ensino foram os mais presentes, estando como tópicos de discussão em todos os encontros analisados.

Os domínios do Conhecimento do Conteúdo no Horizonte e do Conhecimento do Conteúdo e do Currículo apareceram menos vezes, mas suas reflexões foram significativas quanto aos referentes a outros domínios, mostrando que é possível que a participação explore todos os seis diferentes eixos do quadro teórico utilizado.

Como citado anteriormente, Soares e Leivas (2021) já haviam demarcado que os domínios que mais se sobressaíram no referido estudo realmente são os que mais são desenvolvidos em outras pesquisas; talvez pela estrutura dos grupos ou temáticas de estudos de forma geral.

É importante ressaltar que a participação no grupo incitou, nos participantes, a reflexão acerca dos conhecimentos matemáticos e de metodologias de ensino; promoveu a construção coletiva de práticas pedagógicas inovadoras e a adaptação de outras já existentes, de acordo com os contextos explorados pelo grupo; aprofundou a discussão de teorias referentes à Educação Matemática e às temáticas relevantes para cada um de seus integrantes. Também promoveu o desenvolvimento de um espaço coletivo de aprender docente, em um sentido de colaboração mútua entre seus participantes, de troca e resignificação dos conteúdos matemáticos e das práticas docentes, como o apontado por Cyrino (2021).

O fato é que, pela mobilização dos diferentes domínios do conhecimento nesse espaço, não é possível afirmar que efetivamente houve uma aprendizagem dos integrantes sobre todos os tópicos trabalhados ao longo do período analisado. Entretanto, de acordo com Soares, Lara e Leivas (2018), já se tem evidências de tal fato, o que colabora com a tese de que essa mobilização favorece o desenvolvimento profissional dos professores inseridos em tal contexto.

A partir do encontrado, entende-se que podem ser explorados cada vez mais espaços de construção colaborativa de professores, a fim de demarcar elementos nos quais estes têm contribuído para a sua prática. Além disso, o reverberar dessa investigação pode propiciar que outros grupos tenham a sua mobilização de conhecimentos analisada ou, ainda, que intervalos menores de tempo sejam analisados de forma específica.

Por fim, é válido reafirmar a necessidade de que cada vez mais espaços como o promovido nesta pesquisa sejam constituídos por professores, gestores e profissionais da educação; espaços em que haja ricas discussões sobre temáticas de interesse comum e aprendizagens coletivas, abarcando, sempre que possível, a universidade, a escola básica e as redes de educação em um processo de reconhecimento dos saberes docentes advindos de múltiplos espaços.

## REFERÊNCIAS

ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. **Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

BARBOSA, C. P.; LOPES, C. E. Colaboração e desenvolvimento profissional de futuros professores de Matemática: uma experiência no Estágio Curricular Supervisionado. **Sisyphus**, v. 9, n. 2, p. 61-83, 2021.

BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: what makes it special? **Journal of Teacher Education**, v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008.

CHINNAPPAN, M.; WHITE, B. Specialised Content Knowledge: Evidence of Pre-Service Teachers' Appraisal of Student Errors in Proportional Reasoning. *In: Annual Meeting of the Mathematics Education Research Group of Australasia (MERGA)*, 38, 2015, Queensland, Australia. **Proceedings** [...]. Queensland, Australia: ERIC, p. 157-164, 2015.

CRECCI, V. M.; FIORENTINI, D. Reverberações da aprendizagem de professores de Matemática em uma comunidade fronteiriça entre universidade-escola. **Educ. rev.**, v. 34, n. 70, p. 273-292, ago. 2018.

CYRINO, M. C. C. T. A colaboração na formação de professores que ensinam matemática. **Sisyphus – Journal of Education**, v. 9, n. 2, p. 6-10, 2021.

COCHRAN-SMITH, M.; LYTLE, S. Relationships of knowledge and practice: Teacher learning in communities. **Review of Research in Education**, v. 24, p. 251-307, 1999.

D'AMBROSIO, B. S. Formação de professores de Matemática para o século XXI: o grande desafio. **Pro-Posições**, v. 4, n. 1, p. 35-41, 1993.

DING, M. Developing preservice elementary teachers' specialized content knowledge: the case of associative property. **International Journal of STEM Education**, v. 3, n. 9, p. 1-19, 2016.

FERREIRA, A. C. **Metacognição e desenvolvimento profissional de professores de matemática: uma experiência de trabalho colaborativo**. 2003. 368p. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, SP, 2003.

GARNICA, A. V. M. História Oral e Educação Matemática. *In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (org.). Pesquisa qualitativa em Educação Matemática*. 5. ed. Belo Horizonte: Autêntica, p. 77-98, 2013.

GIL, A. C. **Como Elaborar projetos de Pesquisa**. São Paulo: Atlas, 2002.

GIUSTI, N. M. R.; REUWSAAT, J. C. Desenvolvimento profissional de professores orientadores de estudos em Educação Matemática por formação colaborativa. **Sisyphus**, v. 9, n. 2, p. 181-204, 2021.

HILL, H.; BALL, D. L. The Curious — and Crucial — Case of Mathematical Knowledge for Teaching. **Phi Delta Kappan**, v. 91, n. 2, p. 68-71, 2009.



HILL, H.; BLUNK, M. C.; CHARALAMBOUS, C. Y.; LEWIS, J.; PHELPS, G.; SLEEP, L.; BALL, D. L. Mathematical Knowledge for Teaching and the Mathematical Quality of Instruction: An Exploratory Study. **Cognition and Instruction**, v. 26, p. 430-511, 2008.

HURREL, D. P. What Teachers Need to Know to Teach Mathematics: An argument for a reconceptualised model. **Australian Journal of Teacher Education**, v. 38, n. 11, 2013.

LESTARI, N. D. S.; JUNIATI, D.; SUWARSONO, S. Gender differences in prospective teachers' mathematical literacy: problem solving of occupational context on shipping company. **Journal of Physics: Conf. Series**, v. 1008. 2018. Disponível em: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/1008/1/012074/pdf>. Acesso em: 11 jan. 2023.

MAJEZA, O. **Exploring the Pedagogical Content Knowledge of fet mathematics teachers**. 2020. 110 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Estudos de Desenvolvimento do Professor) – Universidade de KwaZulu-Natal, KwaZulu-Natal, África do Sul, 2020.

MARCELO, C. Desenvolvimento Profissional Docente: passado e futuro. **Sísifo - Revista de Ciências da Educação**, v. 8, p. 7-22, 2009.

MARINS, A. S.; TEIXEIRA, B. R.; SAVIOLI, A. M. P. D. Práticas de Ensino Exploratório de Matemática e a Mobilização/Desenvolvimento do Conhecimento Matemático para o Ensino por Participantes do PIBID. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 35, n. 69, p. 314-342, abr. 2021.

MINAYO, M. C. S. (org.). **Pesquisa social: Teoria, método e criatividade**. Petrópolis: Editora Vozes, 2001.

NADAS, L. **A case study exploring the Pedagogical Content Knowledge of intermediate phase mathematics teachers**. 2019. 121 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Estudos de Desenvolvimento do Professor) – Universidade de KwaZulu-Natal, KwaZulu-Natal, África do Sul, 2019.

PAIVA; M. A. V.; SOUSA, T. B. Ações colaborativas na formação de professores: investigação dos conceitos de padrão e generalização. **REVEMAT**, v. 15, n. 2, p. 1-18, 2020.

PEREIRA, L. T. K; GODOY, D. M. A.; TERÇARIOL, D. Estudo de Caso como Procedimento de Pesquisa Científica: Reflexão a partir da Clínica Fonoaudiológica. **Psicologia: Reflexão e Crítica**, v. 22, n. 3, p. 422-429, 2009.

POWELL, A. B.; FRANCISCO, J. M.; MAHER, C. A. Uma abordagem à análise de dados de vídeo para investigar o desenvolvimento das ideias Matemáticas e do raciocínio de estudantes. **Bolema**, v. 17, n. 21, p. 81-140, maio 2004.

- RIBEIRO, A. J. Equação e Conhecimento Matemático para o Ensino: relações e potencialidades para a Educação Matemática. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 26, n. 42B, p. 535-557, abr. 2012.
- SETTIMY, T. F. O.; BAIRRAL, M. A. Dificuldades envolvendo a visualização em Geometria Espacial. **Vidya**, v. 40, n. 1, p. 177-195, 2020.
- SHULMAN, L. S. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, v. 15, n. 4, p. 4-14, 1986.
- SHULMAN, L. S. Knowledge and teaching: foundations of the new reform. **Harvard Educational Review**, v. 57, n. 1, February, p. 1-22, 1987.
- SILVA, G. H. G. Contribuições de um grupo de estudos na formação inicial de professores de Matemática. **Práxis Educacional**, v. 7, n. 10, p. 69-84, 2011.
- SOARES, G. O.; LEIVAS, J. C. P. Domínios do Conhecimento Matemático para o Ensino mobilizados em grupos de estudos: um estado da arte de pesquisas. **Com a Palavra, o Professor**, v. 6, n. 14, p. 232-254, 2021.
- SOARES, G. O.; CASTRO, L. T.; STEFANELLO, A. P.; LEIVAS, J. C. P. O jogo “Geometria em Ação” na Licenciatura em Matemática: (re)visitando conceitos geométricos através de gestos. **REVASF**, v. 11, n. 24, p. 248-275, 2021.
- SOARES, G. O.; LARA, D. S.; LEIVAS, J. C. P. Contribuições de um grupo de estudos em Geometria na formação de professores de Matemática. *In*: SIMPÓSIO DE ENSINO, PESQUISA E EXTENSÃO, 22., 2018. **Anais [...]**. Santa Maria: Universidade Franciscana, 2018.
- TALL, D. **How humans learn how to think mathematically**: Exploring the Three Worlds of Mathematics. Cambridge University Press, 2013.
- TERES, S. L. L.; GRANDO, R. C. Percepções de professores que ensinam matemática em formação em um grupo colaborativo. **Com a Palavra o Professor**, v. 6, n. 14, p. 164-183, 2021.