Signos
Ensino · Humanidades

UNIVATES

Revista Signos, Lajeado, ano 37, n. 1, 2016. ISSN 1983-0378
http://www.univates.br/revistas

A CONSTRUÇÃO DE FIGURAS GEOMÉTRICAS PLANAS COM MATERIAIS ALTERNATIVOS

Janio Benevides de Souza Nascimento[1]
Márcia Jussara Hepp Rehfeldt[2]
Marli Teresinha Quartieri[3]

Resumo: Este estudo apresenta uma prática desenvolvida com alunos do 2º ano do Ensino Médio de uma escola localizada em Boa Vista/RR e é resultado parcial de uma dissertação de mestrado defendida no Mestrado em Ensino de Ciências Exatas, vinculado ao Centro Universitário UNIVATES, localizado no Estado do Rio Grande do Sul. O objetivo da pesquisa consistiu em problematizar a construção de triângulos e quadriláteros com materiais alternativos, como canudos e linha. Os aportes teóricos trazem a Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel e a relevância do ensino da geometria. Foi adotada a pesquisa-ação como metodologia para intervenção. A coleta de dados foi realizada a partir do diário de bordo e de questionário aplicado. A prática apontou limitações dos alunos e denotou que os materiais alternativos constituíram-se como recursos adequados para o ensino e a aprendizagem da geometria plana.

Palavras-chave: Aprendizagem significativa. Ensino de matemática. Geometria plana.

THE CONSTRUCTION OF PLANE GEOMETRIC FIGURES USING ALTERNATIVE MATERIALS

Abstract: This study is about an activity developed with 2nd Year students from a Secondary School in Boa Vista/RR and it is the partial results of a Master's degree requirement on Exact Science Education connected to UNIVATES - University Center, in Rio Grande do Sul State. It aimed to discuss the construction of triangles and quadrilaterals with alternative materials such as pipes and string. Theoretical support is based on Ausubel's Meaningful

1 Mestre em Ensino de Ciências Exatas. Docente na rede pública de Roraima. E-mail: aquelegenio@universo.univates.br.

2 Doutora em Educação. Professora do Mestrado em Ensino de Ciências Exatas e do Mestrado em Ensino – Univates. E-mail: mtquartieri@univates.br.

3 Doutora em Informática Aplicada à Educação. Professora do Mestrado em Ensino de Ciências Exatas e do Mestrado em Ensino – Univates. E-mail: mrehfeld@univates.br

Learning Theory and the relevance of Geometry Education. It was an intervention methodology action-research and questionnaire-and-diary based data collection. Student's learning was evidenced although alternative materials demonstrated to be adequate sources for Plane Geometry teaching and learning.

Keywords: Meaningful Learning. Mathematics Education. Plane Geometry.

1 INTRODUÇÃO

O estudo da geometria plana tem recebido constante atenção de pesquisadores nos últimos anos, especialmente dentro de perspectivas históricas e psicopedagógicas. Neste trabalho estão presentes questões que discutem alguns problemas relacionados ao ensino e à aprendizagem da geometria plana e sua aplicabilidade no cotidiano dos alunos residentes na zona oeste de Boa Vista/RR, em cuja região está inserida a escola na qual foi explorada a prática pedagógica.

A referida prática foi desenvolvida com alunos com condições socioeconômicas desfavoráveis, tendo como pressuposto que estratégias de ensino diferenciadas podem favorecer a aprendizagem da matemática, como afirmam Petrucci e Batiston (2006, p. 263):

> a palavra 'estratégia' possui estreita ligação com o ensino. Ensinar requer arte por parte do docente, que precisa envolver o aluno e fazer com que ele se encante com o saber. O professor precisa promover a curiosidade, a segurança e a criatividade para que o principal objetivo educacional, a aprendizagem do aluno, seja alcançada.

A situação socioeconômica dos alunos, investigada por meio de conversas com eles e de observações de um dos autores do artigo, aponta um número significativo de estudantes que têm pais separados ou pais desempregados, ou, ainda, possuem sérios problemas familiares. Além disso, há um número expressivo de mães adolescentes que abandonam a escola para cuidar de seu filho ou que levam a criança para a sala de aula. Outro fator que pode estar interferindo no rendimento escolar de muitos alunos é o exercício laboral destes, pois como moram no extremo oeste da cidade de Boa Vista e trabalham no centro da capital, longe de sua residência, o tempo gasto na volta do trabalho para casa afeta a pontualidade na entrada na escola. Mesmo assim, os estudantes lutam e empenham-se para alcançar seus objetivos.

Nesse cenário foram desenvolvidas algumas estratégias de ensino diferenciadas que se constituíram na construção de triângulos e quadrados, tendo como pressuposto que essa prática auxilia na compreensão da definição dessas figuras geométricas. Ademais, os alunos, ao manusearem o compasso, a régua, o transferidor, os esquadros, entre outros recursos, se familiarizam com os instrumentos e com as formas geométricas.

Assim, entende-se que estratégias de ensino se referem aos meios utilizados pelo professor na articulação do processo de ensino levando em consideração cada atividade desenvolvida, assim como os resultados esperados. Anastasiou e

Alves (2004, p. 71) apontam que "as estratégias visam à consecução de objetivos, portanto, há que ter clareza sobre aonde se pretende chegar naquele momento com o processo de ensinagem".

À luz dessas reflexões iniciais, este relato traz um recorte de uma prática que foi desenvolvida com 15 alunos de uma escola pública localizada em Boa Vista, Roraima, no período de um mês. Para sustentar a pesquisa, os aportes teóricos estão fundamentados na Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel (2003), na relevância do ensino da geometria e nos pressupostos dos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 2006).

2 APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA E O ENSINO DA GEOMETRIA PLANA

A geometria apresenta um vasto campo de estudo de situações-problema que favorecem o desenvolvimento das capacidades para argumentar e construir conceitos. Ao apropriar-se do conhecimento teórico, o aluno pode compreendê-lo e transportá-lo para sua realidade, assim como associá-lo ao seu conhecimento prévio. Atualmente pode-se admitir que o ensino da geometria tem despertado pouca atenção, pois é rotineiro o conteúdo ficar para o fim do ano letivo e raramente é desenvolvido de forma completa, em virtude do pouco tempo e dos vastos conceitos relacionados ao tema (FONSECA, 1997).

Dessa forma, este trabalho traz inicialmente alguns conceitos relacionados à aprendizagem significativa no ensino da geometria. De acordo com Ausubel et al. (1980, p. 10), a aprendizagem significativa "consiste na aquisição duradoura e memorização de uma rede complexa de ideias entrelaçadas que caracterizam uma estrutura organizada de conhecimento que os alunos devem incorporar em suas estruturas cognitivas". Esse processo envolve a interação da nova informação com os conhecimentos específicos existentes na estrutura cognitiva do estudante.

Ausubel (2003) compreende a aprendizagem escolar como aquela que ocorre no cotidiano de boa parte das escolas, mas o que mais lhe chama a atenção é o conhecimento que o aluno traz de casa. Esse conhecimento é fruto da sua convivência em sociedade, ou seja, são suas experiências de vida, podendo ser chamado de conhecimento prévio. Cabe ao professor, em parceria com o aluno, identificar e relacionar a ele novos conhecimentos.

Na perspectiva do mesmo autor, para que ocorra a aprendizagem significativa, quatro aspectos são necessários: a) o professor deve levar em consideração o que o aluno já sabe (conhecimento preexistente); b) os materiais educativos devem ser potencialmente significativos; c) o aprendiz deve ter subsunçores relevantes para o que está sendo ensinado; e d) a pré-disposição do sujeito para aprender.

Em complemento, Ontoria et al. (1994, p. 11) argumentam que "as novas ideias só podem apreender-se e reter-se utilmente, desde que se refiram a conceitos ou proposições já disponíveis e proporcionadores de 'âncoras' conceptuais (sic)". Dependendo da associação da nova ideia com as já existentes, na aprendizagem significativa, segundo Ausubel, Novak e Hanesian (1980), podem acontecer dois processos diferentes: a diferenciação progressiva e a reconciliação integradora.

Moreira e Masini (1982, p. 21-22) definem diferenciação progressiva como "o princípio pelo qual o assunto deve ser programado de forma que as ideias mais gerais e inclusivas da disciplina sejam apresentadas antes e, progressivamente diferenciadas, introduzindo detalhes mais específicos". Para Ausubel (2003), a diferenciação progressiva é possível de ser alcançada com a utilização de uma série hierárquica de organizadores por ordem decrescente de inclusão. Antes de o aprendiz ser confrontado com qualquer novo material, os organizadores iniciais fornecem ancoragem em nível global.

Dessa maneira, a diferenciação progressiva fornece, de forma inicial, um modelo generalizado de relações de classes como ancorador geral para todas as classes, subclasses ou espécies particulares que estes incluem. Alunos expostos a organizadores privilegiados por princípios subordinantes relevantes e inclusivos de forma adequada, de acordo com Ausubel, Novak e Hanesian (1980), têm melhor capacidade de ler e reter o conhecimento adquirido de materiais desconhecidos.

Moreira e Masini (1982) e Ausubel (2003) destacam dois fatos que justificam a estrutura de organizadores a partir da diferenciação progressiva. Eles entendem que: (1) para o ser humano é mais fácil entender aspectos diferenciados de um todo mais inclusivo do que se chegar ao todo a partir de suas partes diferenciadas; (2) a estrutura hierárquica é responsável pela organização do conteúdo de certa disciplina, na qual as ideias mais inclusivas estão no topo da estrutura e, continuamente, incorporam proposições, conceitos e fatos menos inclusos e mais diferenciados.

De acordo com Ausubel, Novak e Hanesian (1980, p. 44-45), a prática de ensino desprovida de integração de conceitos dificilmente atinge resultados expressivos:

> Em materiais didáticos, às vezes, os conteúdos são segmentados em capítulos, sem observar a integração. Essa prática inadequada de ensino promove um caráter memorizador dos conteúdos e dificuldades na retenção dos conceitos. O ensino das ciências e da matemática pode ser um exemplo clássico, pois fórmulas e símbolos são memorizados e a resolução de problemas estereotipados não garante a aprendizagem. Assim, estudantes memorizam conceitos e fórmulas, na maioria das vezes, apenas para fins de avaliação.

Sendo assim, cabe ao professor promover a diferenciação progressiva ao planejar suas aulas, assim como organizar os conteúdos, a fim de facilitar o estabelecimento de relações de semelhanças e diferenças entre conceitos ou proposições. Surge aí um novo conceito: a reconciliação integradora. Nas palavras de Ausubel (2003, p. 6):

> A reconciliação integradora tem a tarefa facilitada no ensino expositivo, se o professor ou os materiais de instrução anteciparem e contra-atacarem, explicitamente, as semelhanças e diferenças confusas entre novas ideias e ideias relevantes existentes e já estabelecidas nas estruturas cognitivas dos aprendizes.

O professor deve organizar materiais e atividades de tal forma que pode promover ambos os processos, constituindo-se em um organizador. Esse organizador é um mecanismo pedagógico que auxilia na implementação desses princípios, fixando o que o aprendiz já sabe com o que ele precisa saber, caso necessite aprender novos conceitos.

Na compreensão de Ausubel (2003, p. 11):

> O organizador avançado resolve esta dificuldade desempenhando um papel de mediador, i.e., sendo mais relacional e relevante para o conteúdo particular da tarefa de aprendizagem específica, por um lado, e para com o conteúdo mais geral das ideias potencialmente ancoradas, por outro. Também facilita a aprendizagem através da alteração destas ideias, no sentido do conteúdo particular da matéria de aprendizagem (como resultado de o aprendiz as estudar antes de estudar a matéria de aprendizagem).

Outro aspecto a ressaltar na teoria da aprendizagem significativa de Ausubel (2003) é a evidência de que a referida aprendizagem ocorreu. O autor supracitado define isso como evidências na observação da aprendizagem significativa. Assim, quando se fala em aprendizagem significativa, deve-se pensar de que forma isso poderá ocorrer. Para o autor, podem-se observar apenas indícios de sua existência. De acordo com Moreira e Masini (1999), esta ocorre a partir da compreensão genuína/verdadeira de um conceito ou proposição que são os significados claros, precisos, diferenciados e intransferíveis.

Este estudo, como já mencionado anteriormente, tem por pretensão favorecer a aprendizagem significativa de alguns conceitos relacionados à geometria plana. Dessa forma, torna-se relevante abordar questões relacionadas ao ensino e à aprendizagem da geometria. De acordo com Baldissera (2007), a geometria é um ramo da matemática que estuda as formas planas e espaciais, com o auxílio de suas propriedades. Ela também permite, com o uso de conceitos elementares, construir objetos mais complexos, como pontos espaciais, planos de todos os tipos, ângulos e até o centro de gravidade dos objetos.

Segundo Angeli (2007), ao iniciar o estudo da geometria plana, uma grande ênfase é dada à visualização de situações geométricas e à sua representação no plano. Sem essas habilidades, é praticamente impossível desenvolver qualquer trabalho em geometria. A geometria é considerada uma ferramenta que descreve o espaço no qual vivemos. É usada em situações do cotidiano e é, segundo o autor, a parte da matemática mais intuitiva, concreta e ligada à realidade. Ela tem sido estimulada tanto na própria matemática quanto em outras disciplinas, como a ciência da computação e as artes.

Angeli (2007) sugere ainda que melhor do que o estudo do espaço é o estudo da geometria por meio da investigação do "espaço intelectual", já que esta começa com a visão e a percepção. Ela vai do que pode ser percebido para o que pode ser concebido, isto é, instiga o aluno a pensar de forma concreta, ou seja, dá forma ao "abstrato". Atividades de caráter geométrico, de acordo com o autor, mudam as atitudes matemáticas dos alunos e a geometria é um componente importante inclusive no desenvolvimento da aritmética e da álgebra.

Nesse contexto, a geometria deveria ser estudada ao longo de todo o ano, não apenas de forma teórica, mas principalmente de forma prática, fazendo com que os alunos construam formas planas, familiarizando-se cada vez mais com seus componentes, chegando ao ponto de, na íntegra, visualizá-la no dia a dia, aplicando o conhecimento de forma consciente. É importante transformar a teoria em prática em vez de decorar fórmulas apenas para avaliação, como habitualmente acontece.

Nesse caso, torna-se importante desenvolvê-la em sala de aula para que os alunos possam compreendê-la e solucionar problemas práticos do cotidiano, assim como fazer comparações, estimativas e reconhecer as propriedades geométricas, ou, ainda, formalizar o conhecimento informal que cada um tem e traz de sua cultura (BRASIL, 2006).

Segundo Hoffer (1981), o objetivo da geometria é o desenvolvimento da percepção ao ponto de, por si só, obter a capacidade de construir, demonstrar, distinguir, comparar objetos, construções, decorações e embalagens com o conteúdo que viram em sala de aula.

Também, nos Parâmetros Curriculares da Matemática para o Ensino Médio (BRASIL, 2006, p. 75) está expresso:

> O estudo da geometria deve possibilitar aos alunos o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas práticos do cotidiano, como, por exemplo, orientar-se no espaço, ler mapas, estimar e comparar distâncias percorridas, reconhecer propriedades de formas geométricas básicas, saber usar diferentes unidades de medida. Também é um estudo em que os alunos podem ter uma oportunidade especial, com certeza não a única, de apreciar a faceta da Matemática que trata de teoremas e argumentações dedutivas. Esse estudo apresenta dois aspectos – a geometria que leva à trigonometria e a geometria para o cálculo de comprimentos, áreas e volumes.

O professor, porém, ao decidir pôr em prática tal plano, depara-se com outra realidade, isto é, os alunos pouco conseguem relacionar os conceitos, usar as fórmulas, identificar cada figura plana, compará-las entre si. Essa dificuldade é verificada na geometria plana. Levando em conta que há ainda professores que, talvez por falta de tempo (conteúdo extenso) ou pelo motivo de não terem o domínio necessário ou suficiente para ensinar esse conteúdo aos alunos, acabam por deixá-la de lado, tratando-a de forma superficial, negligenciando-a. De acordo com Oliveira (1998), Pirola (1995) e Viana (2000), essa negligência faz com que os alunos apresentem dificuldades de reconhecimento das figuras geométricas planas. Os autores sugerem que essa atitude seja reparada ao ponto de propor novas estratégias de aperfeiçoamento no/do ensino de geometria plana.

Krutetsky (1976) defende que a geometria pode ser aprendida desde que se respeite o desenvolvimento da habilidade de cada aluno, no mesmo espaço de tempo. Para Pires (2000) e Ponte (2003), os professores devem estar cientes de que os conceitos de geometria são adquiridos pelos alunos a partir de observações, comparações entre figuras vistas de diferentes pontos. Segundo Pavanello (2001, p. 183), "os professores, ao ensinar geometria, pouco se preocupam em trabalhar as relações existentes entre as figuras, fato esse que não auxilia o aluno a progredir para um nível superior na compreensão de conceitos".

Segundo as autoras supracitadas, se não tiver esse preparo em geometria, ou se o aluno não souber os conceitos geométricos, o que é simples pode oferecer dificuldades em sua resolução, causando a ele desmotivação. Dessa forma, criar um modo de articulação entre o saber teórico e o saber prático formará alunos/cidadãos que desempenhem suas atividades, capacidades e habilidades no que diz respeito ao uso da matemática, em especial a geometria.

A seguir discutem-se os caminhos metodológicos utilizados em uma prática pedagógica envolvendo conceitos geométricos, à luz da aprendizagem significativa.

3 CAMINHOS METODOLÓGICOS

O estabelecimento de ensino em que a intervenção pedagógica foi desenvolvida é pertencente a uma escola da rede pública estadual, localizada na zona oeste da cidade de Boa Vista-RR. Especificamente, o estudo foi realizado com 15 alunos do 2º ano do Ensino Médio da referida escola.

A coleta de dados foi realizada a partir de instrumentos como questionário socioeconômico dos alunos participantes; questionário de conhecimentos prévios sobre geometria, diário de bordo das atividades da pesquisa e questionário avaliativo explorado após a prática pedagógica.

Foi adotada a pesquisa-ação como metodologia da intervenção, desenvolvimento e mudança dos sujeitos pesquisados (GIL, 2010). A relevância da pesquisa-ação para este trabalho deve-se ao fato de que ela permite "[...] além de compreender, intervir na situação, com vistas a modificá-la. O conhecimento visado articula-se a uma finalidade intencional de alteração da situação pesquisada" (SEVERINO, 2008, p. 120). Na análise dos dados foram utilizados palavras, frases, temas e falas dos alunos, que foram considerados como elementos representativos e que podem ser compreendidos fora do contexto original em que foram emitidos.

As estratégias de ensino adotadas foram a aula expositiva dialogada, o estudo dirigido em grupo e a resolução de exercícios de forma conjunta (ANASTASIOU; ALVES, 2004). Mais especificamente, as atividades foram elaboradas e desenvolvidas em sala de aula a partir do desenho de polígonos (quadriláteros e triângulos diversos) utilizando-se régua, esquadro, compasso e transferidor. Também foram construídas formas triangulares ou quadrangulares, regulares ou não, utilizando-se canudo de refrigerante e linha. Ainda foram utilizados livros didáticos, dicionários, quadro e pincel. Todos os participantes receberam os materiais manipulativos referentes a cada atividade.

4 PRÁTICA DESENVOLVIDA: DISCUSSÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

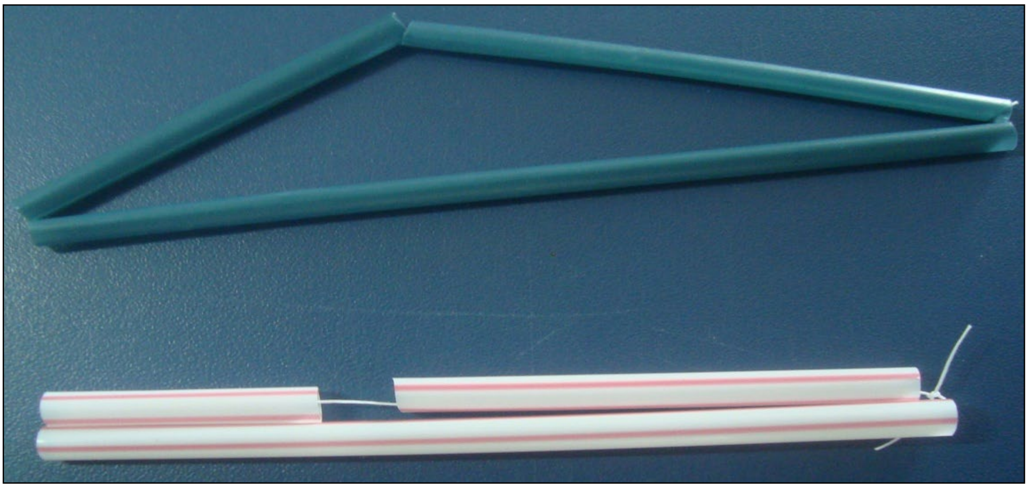
Neste item são descritas as construções do triângulo do quadrado que os alunos realizaram no decorrer das atividades. As referidas construções tiveram por intuito auxiliar no desenvolvimento dos subsunçores ausentes, percebidos a partir dos resultados obtidos na aplicação de pré-teste (questionário de conhecimentos prévios acima mencionado).

4.1 A construção do triângulo

A prática pedagógica foi iniciada com a construção de triângulos com canudos de refrigerante, tesoura e linha. A princípio, solicitou-se aos alunos que cortassem os canudos em tamanhos variados e, em seguida, passassem a linha pelo interior do canudo, encerrando a construção do triângulo com um nó cego (amarrando as pontas da linha). Percebeu-se que todos os estudantes, sem exceção, cortaram os canudos em três pedaços que possibilitaram a construção do triângulo. Alguns tiveram o cuidado de cortar em "tamanhos iguais", mas sem uso de régua. Em seguida, solicitou-se que, com o uso da régua, medissem o canudo, e indicaram-se os próximos cortes a ponto de não conseguirem montar o triângulo. Alguns ficaram admirados com a não construção, já que o canudo era do mesmo tamanho do inicialmente dado.

Prosseguindo com as indagações, foi formulada a seguinte pergunta: "por que a segunda construção, com as medidas 5 cm, 6 cm e 12 cm não formou um triângulo?" Ao analisar as respostas, notou-se que todos os estudantes deram respostas vagas, sem que estivessem totalmente corretas. Então, os alunos foram instigados a comparar as duas construções, como mostra a Figura 1, para que, olhando para ambas, tentassem chegar a uma resposta.

Figura 1 - Comparação das duas construções com tamanhos diferentes dos pedaços de canudo



Fonte: autores da pesquisa, 2015.

O que se percebeu foi que apenas uma aluna entendeu a desigualdade triangular. Os demais não a perceberam e deram respostas vagas. Entretanto, todos souberam descrever o que é um triângulo. Diante disso, pode-se inferir que os alunos não compreenderam de forma significativa a acepção da desigualdade triangular na escola em anos anteriores. No caso desta pesquisa, foi relevante estabelecer relações entre as medidas que formaram ou não um triângulo. Para Tashima (2007, p. 23), "o fato de o aluno trabalhar previamente com a condição de existência de triângulo o auxilia a perceber que deve existir 'algo mais', isto é, alguma propriedade específica", no caso da construção de um triângulo qualquer.

Após alguns comentários dos alunos, foram apresentadas as condições necessárias para fazer ou construir um triângulo, ou seja, a desigualdade triangular: $\mathbf{a < b + c}$, sendo **a** o maior lado e **b** e **c** os menores. Entende-se que perceber a desigualdade triangular é algo difícil, abstrato para os alunos. Para Cantoral et al. (2000), a matemática trata de processos de abstração, de demonstração e de raciocínio por meio de hipóteses, sendo estes os níveis mais elevados do saber matemático a ser alcançado. É de forma gradativa que o saber geométrico vai sendo construído. O raciocínio lógico é a principal ferramenta para que o aluno realize a passagem do concreto para o abstrato. É o que diz Kant *apud* Boyer (1996): "Todo conhecimento humano começa com intuições, passa a conceitos e termina com ideias". Para Fainguelernt (1999), o ensino da geometria deve partir da percepção e intuição de dados concretos e experimentais, explorando os conceitos, as representações e as aplicações para que seja desenvolvido o raciocínio lógico e, assim, chegar ao processo de abstração.

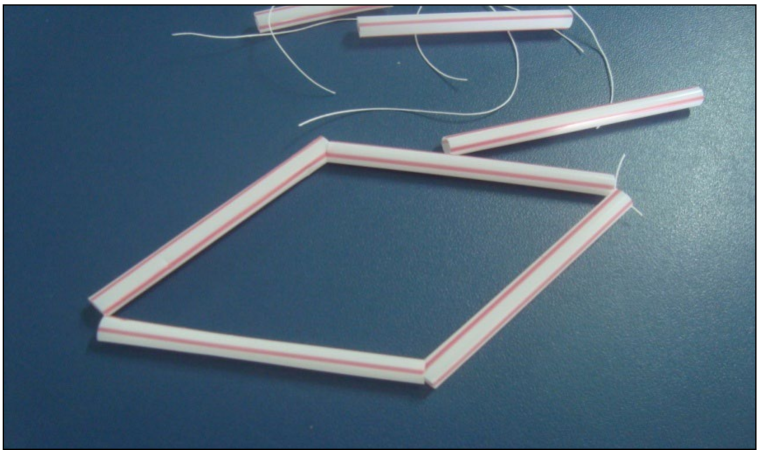
A partir dos resultados obtidos da exploração da construção do triângulo, propôs-se a construção de um quadrado, o que é relatado a seguir.

4.2 A construção do quadrado

A próxima etapa consistiu na construção do quadrado. O enunciado da atividade foi o seguinte: "com canudo, régua, tesoura e linha, construa uma figura que tenha a forma de um quadrado".

Nessa atividade, os alunos demonstraram algumas dificuldades, como dividir canudos de 24 cm, 25 cm e 26 cm em quatro partes, uma vez que eles tinham dimensões diferentes. Especificamente, a dúvida era como dividir números que não eram múltiplos de quatro em quatro partes iguais. Dessa forma, alguns alunos construíram quadriláteros irregulares, como mostra a Figura 2.

Figura 2 - Quadrilátero sem a presença da diagonal: o losango



Fonte: autores da pesquisa, 2015.

Além disso, um aluno não prestou atenção nas medidas e cortou o canudo em dois pares de dimensões iguais, dois a dois. $\mathbf{R}_2$[4] não visualizou o termo "quadrado" e montou um "retângulo", enquanto que os demais, embora não cortassem os canudos em quatro partes iguais, se aproximaram ao máximo do objetivo proposto, que era a construção de quadrados.

Após essa prática, o professor se pôs a observar a atitude de cada aluno, como se portariam diante desse novo desafio, agora com o manuseio da régua, uma vez que apresentavam dificuldades em medições. O aluno **Y** não fio capaz de dar início à construção do quadrado, não conseguindo medir o canudo para então dividi-lo em quatro partes iguais. Três alunos ($\mathbf{M}_1$, $\mathbf{J}_1$ e **A**), embora fizessem o quadrilátero, tiveram dificuldades e não conseguiram montar o quadrado de forma perfeita. Os demais usaram a régua e, com êxito, venceram o desafio proposto.

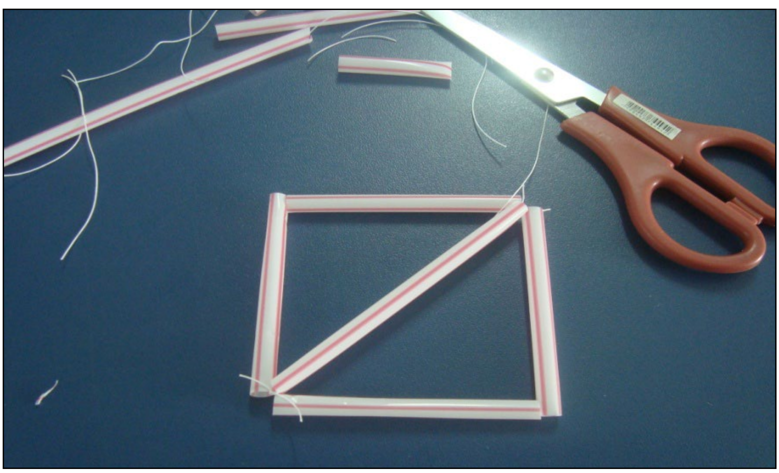
4 Os alunos são assim denominados para preservar seu anonimato.

Depois, foi solicitado aos alunos que segurassem na ponta da linha que sobrou e foram instigados a verificarem se a construção recém-terminada ainda se mantinha um quadrado. Ao fim, propôs-se um questionamento para que pesquisassem em casa: quais eram as duas condições necessárias para se montar um quadrado.

Na aula seguinte, antes que apresentassem suas respostas, os alunos foram instigados a observarem as diferenças entre as construções e as alterações sofridas nas formas ao pedir que segurassem na ponta da linha, no local da amarração. O professor perguntou se ainda era um quadrado. A resposta foi negativa. Alguns afirmaram que agora se tinha um losango. Depois de algumas ponderações, $\mathbf{R_1}$ afirmou que além dos lados serem iguais, os ângulos deveriam ser iguais também. Em seguida, solicitou-se que construíssem um novo quadrado e verificassem o que seria necessário para que os ângulos não sofressem alteração. Novamente foram entregues aos alunos os instrumentos para a construção do quadrado: canudos, tesoura, régua e linha.

Depois de respostas vagas, como colar as pontas (cantos) dos canudos, amarrar os cantos, $\mathbf{M_1}$ respondeu: "é só amarrar um pedaço do canudo na diagonal". Bem, essa resposta foi dada após mostrar exemplos de construção de móveis, como cadeira, cama, ou até mesmo porta, porteira, construções de casas e o que o carpinteiro fazia para que a construção ficasse firme. Ainda questionou-se: "será que essas construções ficariam firmes sem um suporte interior?" Os estudantes acenaram negativamente. Entenderam que deve existir um suporte para que a construção fique firme. Na Figura 3, verifica-se o quadrilátero construído por $\mathbf{M_1}$ com a diagonal que mantém os ângulos retos.

Figura 3 - O quadrilátero com a presença da diagonal: o quadrado



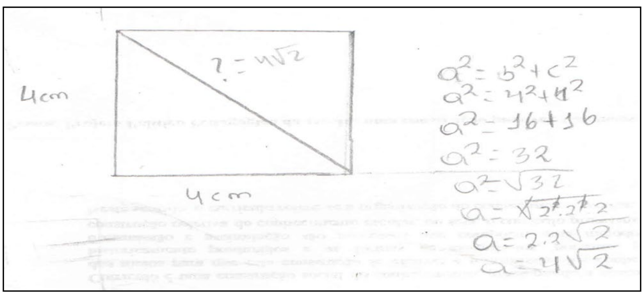
Fonte: autores da pesquisa, 2015.

Foi pedido então que o novo quadrado a ser construído tivesse lado de medida 5 cm. **F** estranhou sua construção, pois havia cortado o canudo em 5 partes iguais e a diagonal não se "encaixou" no quadrado, haja vista que ela deveria ser diferente das medidas dos lados (maior do que 5 cm). A partir disso, decidiu-se que era o momento de iniciar o desenho do quadrilátero para que melhorassem a noção da condição de existência deste: lados iguais e ângulos iguais, assim como a existência da diagonal, de comprimento maior do que a medida dos lados.

Depois disso, sugeriu-se a seguinte atividade: desenhar um quadrado de lado definido por eles e, em seguida, calcular a medida da diagonal desse quadrado. Após algum tempo de inquietação, de perguntas sem respostas, $\mathbf{E_2}$ disse: "Não sei como fazer". $\mathbf{M_1}$ perguntou então: "Professor, é pelo Teorema de Pitágoras?". Embora ele afirmasse ser necessária sua utilização, não se lembrava da relação $\mathbf{a^2 = b^2 + c^2}$**,** e essa obliteração não permitiu chegar ao resultado esperado.

Segundo Ausubel (2003), a obliteração ocorre quando há perda de informação. Isto é, $\mathbf{M_1}$ sabia que era pelo Teorema de Pitágoras, mas não lembrava a relação de que precisava. Enquanto alguns perguntavam como fazer, $\mathbf{M_3}$ caladamente chegou ao resultado de forma prática: a partir da diagonal do quadrado visualizou um triângulo retângulo. $\mathbf{J_2}$ estava com $\mathbf{M_3}$ e de "carona" apresentou o resultado esperado. Ambos fizeram seus quadrados com lados diferentes, mas com as respostas na forma $l\sqrt{2}$. A resposta de $\mathbf{M_3}$ pode ser vista na Figura 4.

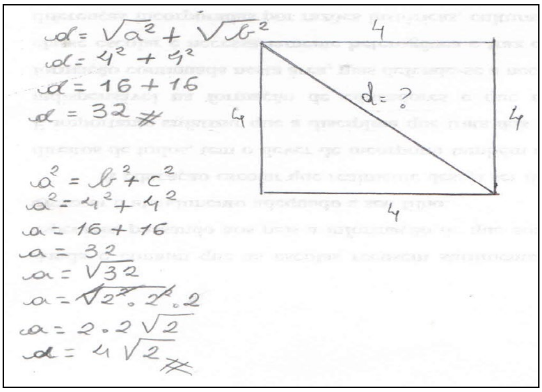
Figura 4 - Comprovação da diagonal como sendo $d = l\sqrt{2}$



Fonte: autores da pesquisa, 2015.

A seguir, na Figura 5, apresenta-se o cálculo do aluno **K**, com o erro no primeiro momento e a correção após $\mathbf{M_3}$ apresentar no quadro a solução do problema.

Figura 5 – Cálculo realizado pelo aluno K e corrigido pelo aluno M_3



Fonte: autores da pesquisa, 2015.

Já **S, A**, $\mathbf{M_2}$ e $\mathbf{R_2}$ apresentaram suas respostas, mas não da forma convencional, pois multiplicaram o resultado por √2**,** isto é, suas respostas foram apresentadas como número decimal (ou na forma decimal). **Y**, $\mathbf{E_1}$, $\mathbf{J_1}$ e $\mathbf{E_2}$, depois de um bom tempo tentando, não conseguiram chegar ao resultado esperado, isto é, não conseguiram usar o Teorema de Pitágoras da forma adequada.

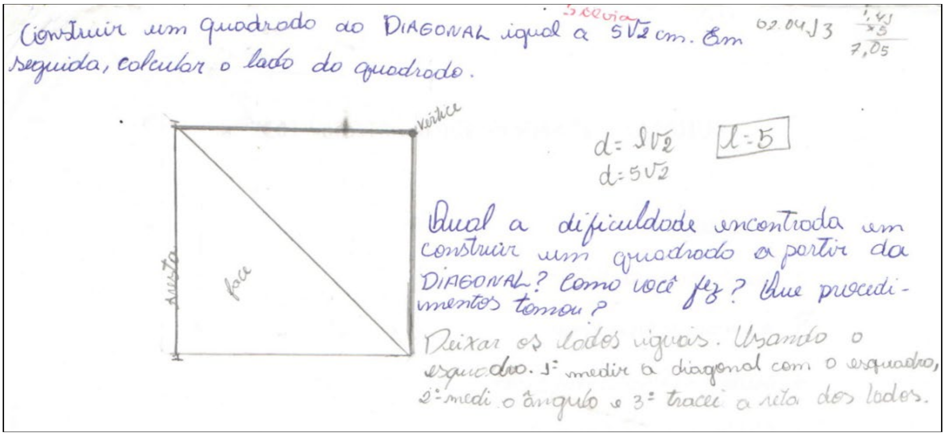
Após as soluções apresentadas pelos estudantes, pediu-se a $\mathbf{M_3}$ e a $\mathbf{J_2}$ que resolvessem suas questões no quadro. Solicitou-se a ambos, pois como seus quadrados tinham medidas de lados diferentes, a forma de calcular era a mesma: l√2**.** Ao terminarem, perguntou-se à turma se observavam alguma semelhança nas respostas. Depois de algum tempo, os estudantes viram a semelhança nas respostas de $\mathbf{M_3}$ e $\mathbf{J_2}$ e entenderam a razão da diagonal **d = l√2. $\mathbf{E_2}$** disse: "Professor, encontrei a resposta medindo com a régua". Ela afirmou isso após ver a resposta de **S** no quadro e confirmar que era o mesmo valor ao medir com a régua.

Ao fim, sugeriu-se nova atividade: calcular a diagonal de um quadrado cujo lado era 6√2**.** O objetivo era utilizar a forma concluída anteriormente, mas notou-se que ninguém usou **d = l√2,** e sim o Teorema de Pitágoras. Quando foi dito que a questão seria corrigida no quadro, $\mathbf{R_2}$ manifestou-se para ir à frente e resolver a atividade. Ele resolveu a questão por meio do Teorema de Pitágoras. Solicitou-se aos alunos que não apagassem os cálculos que fizeram em seus diários de campo. Em seguida, foi apresentada de forma simples a formula **d= l√2.** Ao passar em algumas classes percebeu-se que seis alunos resolveram por Teorema de Pitágoras, enquanto que os demais não conseguiram responder à questão, pois encontraram dificuldade ao depararem-se com duas raízes de dois.

A atividade seguinte foi calcular a medida do lado do quadrado de diagonal 5√2 cm. Muitos alunos tiveram dificuldades. Apenas $\mathbf{M_3}$ e **S** chegaram ao resultado de forma convencional, usando a fórmula anteriormente citada. Perguntou-se então a **S** como ele fez para chegar ao resultado e descobrir o lado do quadrado.

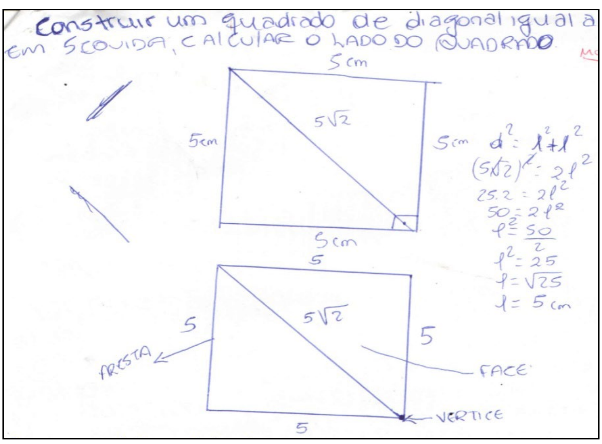
Ela disse: “Professor, na primeira tentativa não consegui desenhar a figura, mas sabia qual o valor do lado do quadrado de diagonal d=5√2 cm. Já na segunda tentativa consegui”. E continuou: “Ah, professor! Se d=5√2 cm, então o lado mede 5 cm, pois a diagonal é d= l√2 e, por comparação, é simples verificar esse valor”. A seguir, apresentam-se, respectivamente, os cálculos de **S** e **M_3** nas Figuras 6 e 7.

Figura 6 - Cálculo realizado pelo aluno S do lado do quadrado a partir da diagonal informada



Fonte: autores da pesquisa, 2015.

Figura 7 - Cálculo do lado do quadrado a partir da diagonal informada realizado pelo aluno M_3



Fonte: autores da pesquisa, 2015.

Como fazer para encontrar o valor exato dessa diagonal? Observou-se que alguns alunos tiveram a iniciativa de extrair o valor da √2 com apenas uma casa de aproximação, até porque a régua graduada possui partes milimétricas e isso facilitaria a identificação da casa decimal. Como alguns não compreenderam, eles foram auxiliados. Mostrou-se como calcular o valor da diagonal: $5\sqrt{2} = 5 \times 1,4 = 7,1$. Como já sabiam manusear a régua graduada, os estudantes identificaram com facilidade esse valor. A dificuldade agora era: como construir esse quadrado a partir da diagonal? Claro, todos estavam com o esquadro e o transferidor, além da régua graduada.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O que se observou durante as aulas práticas de geometria plana foi a dificuldade dos estudantes analisados na percepção da desigualdade triangular como condição de existência para obter um triângulo qualquer. Para os alunos, quaisquer três peças, quando agrupadas, formariam um triângulo. Eles só se convenceram diante da experimentação, quando não conseguiram construir um triângulo com três tamanhos quaisquer e assim se deram conta de que havia uma condição de existência. A partir da vivência pode-se inferir que a construção foi algo significativo para os alunos.

Notou-se também que eles apresentaram dúvidas em diferenciar um losango de um quadrado regular, assim como as condições necessárias para a obtenção de um quadrado, pois ele, além dos lados iguais, deve ter os ângulos internos iguais a 90º. Os alunos tiveram problemas também em relação ao cálculo da diagonal $d = l\sqrt{2}$, assim como ao desenho do quadrado a partir da diagonal expressa, pois as representações e cálculos que eles estavam habituados e realizar partiam sempre do valor dos lados e não da diagonal.

Embora se deparassem com essas dificuldades, os alunos apresentaram a pré-disposição para aprender – uma das condições para a ocorrência da aprendizagem significativa –, conforme aponta Ausubel (2003). Em adição, cabe comentar que o manuseio dos materiais utilizados permitiu observar alguns indícios de aprendizagem. O material pode ter sido potencialmente significativo para esses alunos – outra condição para a ocorrência da aprendizagem significativa –, corroborando que uma prática pedagógica diferenciada, como bem pontuaram alguns alunos, pode favorecer a aprendizagem significativa de conceitos como os mencionados anteriormente. Para $\mathbf{M_3}$**,** o material permitiu associar as fórmulas às figuras e isso favoreceu a compreensão. Já **S** comentou que agora sabe “de onde vem o desenvolvimento das fórmulas”.

Na prática desenvolvida, utilizando estratégias de ensino diferenciadas, foram levados também em consideração os conhecimentos preexistentes dos alunos no intuito de alicerçar novas informações, como propõe Ausubel (2003), e os materiais alternativos constituíram-se como recursos adequados para o ensino e a aprendizagem da geometria plana.

Particularmente, ao terminar este estudo, o professor percebeu que construir é mais interessante do que apenas ler, interpretar e calcular. Presenciaram-se o interesse e a pré-disposição em cada aluno, quando era anunciado que naquele dia, naquela tarde, teria uma aula diferente. Eles aguardavam cada aula prática. Ao longo do mês de estudo, acompanharam-se os passos de cada aluno, cada medo de errar e a satisfação ao acertar.

O papel de professor nesta prática foi de mediador. Os alunos foram deixados à vontade para errarem, ou acertarem, para perguntarem, para debaterem entre eles, para ajudarem um ao outro. Assim, entende-se que eles construíram de forma significativa alguns conceitos relacionados à geometria plana.

REFERÊNCIAS

ANASTASIOU, Léa das Graças Camargos; ALVES, Leonir Pessate. Estratégias de ensinagem. In: ANASTASIOU, Léa das Graças Camargos; ALVES, Leonir Pessate. (Orgs.). **Processos de ensinagem na universidade**. Pressupostos para as estratégias de trabalho em aula. 3. ed. Joinville: Univille, 2004. p. 67-100.

ANGELI, Angela Maria Alves; NOGUEIRA, Clélia Maria Ignatius. **A Resolução de Problemas como um caminho para o ensino e aprendizagem de Geometria Espacial**, 2007. Disponível em <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/945-4.pdf>. Acesso em 16 ago. 2013.

AUSUBEL, David Paul. **Aquisição e retenção de conhecimentos**: uma Perspectiva Cognitiva. Lisboa: Plátano, 2003.

______*; NOVAK,* Joseph Donald; HANESIAN, Helen. **Psicologia educacional.** Rio de Janeiro: Interamericana, 1980**.**

BALDISSERA, Altair. **A geometria trabalhada a partir da construção de figuras e sólidos geométricos,** 2007. Disponível em: <www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes_pde/artigo_altair_baldissera.pdf> acesso em 01 ago. 2013.

BOYER, Carl. B. **Historia da Matemática**. 2.ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.

BRASIL. Ministério da educação e cultura**. Parâmetros curriculares nacionais**: Ensino médio. V. 2: Ciência da natureza, matemática e tecnologia. Brasília: MEC, 2006, p. 75-76.

CANTORAL, Ricardo, FARFÁN, Rosa Maria, CORDERO, Francisco., RODRÍGUEZ, Rosa Amélia; GARZA, Adolfo; ALANÍS, Juan Antonio. **Desarrollo del pensamiento matemático**. México: Trillas, 2000.

FAINGUELERNT, Estela Kaufman. **Educação Matemática: Representação e Construção em Geometria.** Porto Alegre: Artes Medicas, 1999.

FONSECA, Solange. Metodologia de Ensino: Matemática. Belo Horizonte: Editora Lê: Fundação Helena Antipoff, 1997.

GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2010.

HOFFER, Alan. **Geometry is more than proof. Mathematics teacher**. January, 1981.

KRUTETSKY, Vadim Andreyevich. **The psychology of mathematical abilities in schoolchildren.** Chicago: University of Chicago Press, 1976.

MOREIRA, Marco Antonio; MASINI, Elcie F. Salzano. **Teorias de Aprendizagem.** São Paulo: EPU. 1999.

______. **Aprendizagem Significativa:** a teoria de David Ausubel. São Paulo: Moraes, 1982.

OLIVEIRA, Ludmila Tamega Ferreira de. **Habilidades espaciais subjacentes às atividades de discriminação e composição de figuras planas**. 1998. 143 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual Paulista, 1998.

ONTORIA, Antonio. BALLESTEROS, A.; CUEVAS, C.; GIRALDO, L.; GÓMES, J. P.; MARTÍN, I.; MOLINA, A.; RODRIGUES, A.; VÉLEZ, U. M**apas conceptuais**: uma técnica para aprender. 3.ed., Porto: ASA Editores, 1994.

PAVANELLO, Regina Maria. Geometria: atuação de professores e aprendizagem nas séries iniciais. In: **Anais do I Simpósio Brasileiro de Psicologia da Educação Matemática**. Curitiba: 2001, p. 172-183.

PETRUCCI, Valéria Bezzera Cavalcanti; BATISTON, Renato Reis. Estratégias de ensino e avaliação de aprendizagem em contabilidade. In: PELEIAS, Ivam Ricardo. (Org.) **Didática do ensino da contabilidade**. São Paulo: Saraiva, 2006.

PIRES, Célia Maria Caroline. **Currículos de matemática***:* da organização linear à ideia de rede. São Paulo: FTD, 2000.

PIROLA, Nelson Antonio. **Um estudo sobre a formação de conceitos de triângulos e quadriláteros em alunos da quinta série do primeiro grau**. 1995. 180f. Dissertação (Mestrado em Educação). Faculdade de Educação. UNICAMP, 1995.

PONTE, João Pedro et al. Investigações geométricas. In: ______. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

SEVERINO, Antônio Joaquim. **Metodologia do trabalho científico**. São Paulo: Cortez, 2008.

TASHIMA, Marina Massaco. **As Lacunas no ensino-aprendizagem da geometria,** 2007, p. 23) – Itambaracá. Disponível em: <http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes_pde/artigo_marina_massaco_tashima.pdf >. Acesso em 02 de set. de 2013.

VIANA, Odaléa Aparecida. **O conhecimento geométrico de alunos do Cefam sobre figuras espaciais: um estudo das habilidades e dos níveis de conceitos**. SP, 2000. 249 f. Dissertação (Mestrado). Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.

Artigo recebido em 22/04/2016. Aceito em 14/07/2016.