

INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA: UMA METODOLOGIA PARA O ENSINO FUNDAMENTAL

Ana Paula Dick¹, Lucas Henrique Palioza², Cristiane Antonia Hauschild³,
Maria Madalena Dullius⁴

Resumo: Os resultados pouco satisfatórios em exames nacionais relacionados à educação são o motivo de críticas realizadas ao ensino de Matemática. Essa constatação tem estimulado o desenvolvimento de metodologias alternativas, sendo uma delas a investigação matemática. Nesse contexto, este trabalho foi desenvolvido com o objetivo de verificar as estratégias que alunos do 8º ano da Educação Básica utilizam para a resolução de questões investigativas. A pesquisa foi realizada por meio de atividade de intervenção, na qual os alunos foram estimulados a realizar investigações matemáticas. Os resultados obtidos permitem verificar que os alunos utilizam estratégias como desenhos, tabelas, textos e/ou cálculos, de acordo com a investigação encaminhada e com os conhecimentos matemáticos prévios de cada um.

Palavras-chave: Ensino Fundamental. Matemática. Investigação Matemática.

1 INTRODUÇÃO

O baixo desempenho de alunos em exames nacionais, como Prova Brasil, Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb) e *Programme for International Student Assessment* (Pisa), faz com que o ensino de Matemática seja constantemente criticado. Dessa forma, professores se veem desafiados a utilizar diferentes metodologias para o ensino qualificado de Matemática. Ainda, entende-se a Matemática como uma disciplina importante, que pode colaborar para o desenvolvimento lógico mental e para a compreensão dos fenômenos que ocorrem no dia a dia.

A sociedade atual carece de cidadãos pensantes, pró-ativos, com espírito investigativo e capazes de solucionar problemas, intervindo de forma autônoma e crítica em situações adversas (BRASIL, 1998). Com o ideal de contribuir para a formação de cidadãos com essas atribuições, ainda na Educação Básica, surge uma tendência no ensino de Matemática, que timidamente vem ganhando espaço nas salas de aula, intitulada investigação matemática. Indo ao encontro dessa tendência, acredita-se que, com formação que propicie ao estudante o desenvolvimento desse espírito mais reflexivo e investigativo, seja possível despertar nele o interesse pela disciplina de Matemática, de forma que ela deixe de ter caráter meramente mecânico, composto de regras predefinidas e imutáveis.

O trabalho com investigação matemática não deve conduzir os alunos a uma resposta imediata. Deve permitir que eles realizem as mais variadas articulações e desenvolvam quantas

1 Acadêmica do curso de Ciências Exatas da Univates. anadick7@gmail.com

2 Acadêmico do curso de Ciências Exatas da Univariate. lpalioza@univates.br

3 Mestra em Educação em Ciências e Matemática pela PUC-RS. Professora da Univates. crishauschild@univates.br

4 Doutora em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade de Burgos-Espanha. Professora da Univates. madalena@univates.br

interpretações forem possíveis, de acordo com os conhecimentos matemáticos que eles detêm. Dessa forma, apresentam-se neste artigo os resultados da pesquisa realizada na disciplina de Estágio de Ciências Exatas, com o objetivo de verificar quais as estratégias que alunos do 8º ano da Educação Básica de uma escola privada do Vale do Taquari utilizam para a resolução de questões investigativas, por meio de intervenção durante a aula de Matemática.

Para o desenvolvimento deste trabalho utilizaram-se principalmente as produções de Ponte, Brocardo e Oliveira (2013), Lorenzato (2006), Mendes (2009) e os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998).

2 ABORDAGEM TEÓRICA

A proposta de tornar o aluno mais responsável por sua aprendizagem, uma das condições para que haja investigação matemática, pode ser uma das interpretações ao estudar os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), os quais enfatizam a importância de permitir que os alunos descubram regularidades e reconheçam, dessa forma, propriedades aritméticas, algébricas e geométricas. É em atividades como essas que o aluno desenvolve habilidades em processos importantes, como a intuição, a analogia, a indução e a dedução, o que dificilmente ocorre em atividades direcionadas à memorização, nas quais a compreensão do processo desenvolvido para deduzir um conceito matemático e reconhecer sua utilidade não ocorre (BRASIL, 1998).

Dessa forma, pode-se inferir que a proposta descrita nos PCNs assemelha-se às atividades de investigação matemática, nas quais os alunos são convidados a agir como um matemático profissional, para os quais “investigar é descobrir relações entre objetos matemáticos conhecidos ou desconhecidos, procurando identificar as respectivas propriedades” (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2003, p. 13). É em atividades de análise de objetos matemáticos que o aluno utiliza o pensamento, e “a cada momento que se utiliza o pensamento na construção de ideias a respeito do mundo pratica-se o exercício da estruturação do conhecimento [...]” (MENDES, 2009, p. 123).

Desenvolver o ensino e a aprendizagem da Matemática utilizando a investigação significa considerar ou elaborar questões relacionadas a essa área do conhecimento e para as quais a pessoa que investiga não dispõe de uma resolução imediata, com o objetivo de que se sinta motivada a procurá-la, valendo-se dos conhecimentos prévios matemáticos e lógicos necessários (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2003). Nessa forma de trabalho, as questões adotadas são ou aproximam-se muito de questões relacionadas a situações da vida mundana do investigador. Diferem-se, então, de um exercício, para o qual os subsídios necessários para uma resposta correta estão disponíveis de imediato.

A investigação matemática, de acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2003, p. 20), é desenvolvida em quatro momentos principais:

O primeiro abrange o reconhecimento da situação, a sua exploração preliminar e a formulação de questões. O segundo momento refere-se ao processo de formulação de conjecturas. O terceiro inclui a realização de testes e o eventual refinamento das conjecturas. E, finalmente, o último diz respeito à argumentação, à demonstração e à avaliação do trabalho realizado.

Para que os quatro momentos mencionados ocorram satisfatoriamente, são fundamentais a participação do aluno como o principal responsável pela própria aprendizagem e a intervenção do professor como aquele que organiza o ambiente, administra o desenvolvimento das atividades, detém conhecimentos e recursos que sejam necessários aos alunos no processo de investigação, estimulando constantemente a autonomia deles na resolução das questões. Assim, o professor não estará apenas dando aula, mas, sim, propiciando a aprendizagem dos estudantes, uma vez que

ensinar “é dar condições para que o aluno construa seu próprio conhecimento” (LORENZATO, 2006, p. 3).

Dessa forma, a investigação matemática tem se mostrado uma importante tendência no ensino da Matemática, o que tem muito a contribuir para a efetiva aprendizagem, cabendo aos professores a tarefa de inserir novas tendências e recursos em suas aulas.

3 APORTES METODOLÓGICOS

Para a coleta dos dados, foi elaborada uma intervenção pedagógica, seguindo os pressupostos da investigação matemática. Os sujeitos de pesquisa foram alunos de uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola privada do Vale do Taquari. Essa turma é composta por 28 alunos, estando presentes no dia da intervenção 26 alunos.

A atividade foi organizada em dois momentos, os quais ocorreram durante a aula de Matemática dos alunos. No primeiro, os alunos sentaram-se em duplas e receberam três problemas para resolver, com a instrução de que deveriam registrar o seu raciocínio e expor suas hipóteses. No segundo momento, foi solicitado que cada aluno respondesse um questionário de percepções da atividade desenvolvida durante a aula.

As questões selecionadas para a intervenção com o 8º ano foram pesquisadas em livros e adaptadas de modo que aceitassem diferentes respostas, possibilitando a formação de conjecturas por parte dos alunos. O fato de estarem sentados em duplas teve como intenção possibilitar a troca de ideias e o refinamento das conjecturas, ou seja, o teste às hipóteses formuladas.

O questionário respondido individualmente, após a atividade, foi proposto com o objetivo de entender as percepções dos alunos referentes à atividade desenvolvida, além de investigar se a turma já havia passado por situações semelhantes durante seus estudos de Matemática. Ainda, buscou-se descobrir quais os problemas considerados mais fáceis e os mais difíceis pelos alunos.

Com base na intervenção realizada e nos materiais de pesquisa, pode-se fazer diversos apontamentos, que serão analisados e discutidos na próxima seção deste artigo. Assim, pretende-se verificar as estratégias que alunos do 8º ano utilizam para resolver investigações matemáticas.

4 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Os sujeitos da pesquisa, 13 meninos e 13 meninas com idades entre 13 e 14 anos, estavam organizados em duplas para realizar a atividade, que foi desenvolvida no dia 29 de outubro de 2014, nos últimos dois períodos da manhã, na disciplina de Matemática. Para garantir o anonimato dos alunos, eles serão identificados por A1, A2, A3 e assim por diante.

As estratégias utilizadas pelos alunos para resolver as investigações matemáticas propostas nessa pesquisa são apresentadas a seguir. Essas foram organizadas em categorias, a partir da análise das produções dos estudantes participantes da intervenção, para possibilitar melhor compreensão dos resultados obtidos por eles:

- Categoria I – Resposta com desenho – consideradas aquelas nas quais os alunos expressaram suas ideias por meio de representação de desenhos;
- Categoria II – Resposta com tabela – consideradas as respostas com tabulação de dados como registro do raciocínio;
- Categoria III – Resposta com texto – enquadradas aquelas nas quais os alunos escreveram com suas palavras as relações observadas;
- Categoria IV – Resposta com cálculo aritmético – respostas com uso de cálculos para registro da estratégia utilizada;

- Categoria V – Resposta com cálculo algébrico – considerada somente quando houve a formulação de uma generalização ou utilização de fórmula;
- Categoria VI – Resposta incoerente.

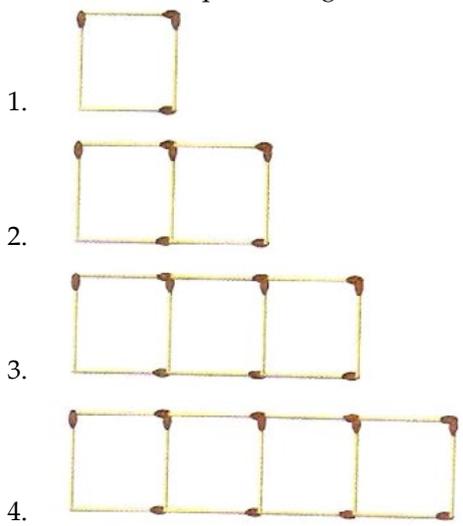
As próximas subseções estão organizadas de forma a discutir, uma a uma, as questões da intervenção pedagógica desta pesquisa, de forma a possibilitar a análise das estratégias utilizadas pelos alunos.

4.1 Questão 1

A primeira questão proposta para a turma (QUADRO 1) tratava de quadrados formados com palitos de fósforo, sendo solicitadas relações entre o número das figuras, a quantidade de quadrados e a quantidade de palitos necessários para a formação destes.

Quadro 1: Questão 1

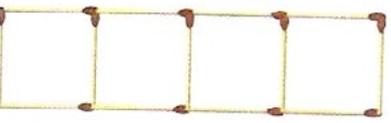
Questão 1: Observe as imagens a seguir, compostas por quadrados montados utilizando palitos de fósforo. Considere que as imagens 1, 2, 3 e 4 seguem uma sequência.



1. 

2. 

3. 

4. 

- a) Continuando a sequência, quantos quadrados terá a imagem de número 5, próxima figura da sequência? E a figura que representará a imagem de número 10? E a de número 100?
- b) Quantos palitos de fósforo seriam utilizados para montar a figura que representará a imagem 5? E a figura que representará a imagem 10?
- c) Quantos palitos de fósforo deverão ser acrescentados à figura que representa a imagem 4 para montar a que representará a imagem 5? Quantos palitos de fósforo deverão ser acrescentados a figura que representa a imagem 5 para montar a que representará a imagem 6?
- d) Com base nas respostas das questões anteriores, investigue possíveis relações entre as sequências de quadrados.

Fonte: Adaptado de Coleção (2014)

As respostas obtidas foram analisadas e classificadas na Tabela 1, seguindo as categorias explicitadas anteriormente.

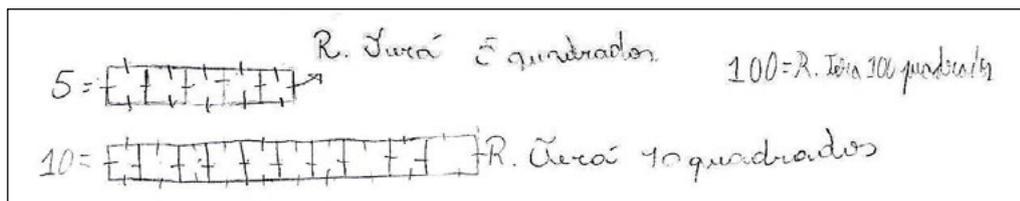
Tabela 1 – Análise da Questão 1

Questão 1 \ Categorias	I	II	III	IV	V	VI	Total
Letra a	2	3	8	-	-	-	13
Letra b	1	1	4	3	-	4	13
Letra c	2	1	8	1	-	1	13
Letra d	1	-	11	-	1	-	13
Total	6	5	31	4	1	5	52

Fonte: Elaborada pelos autores.

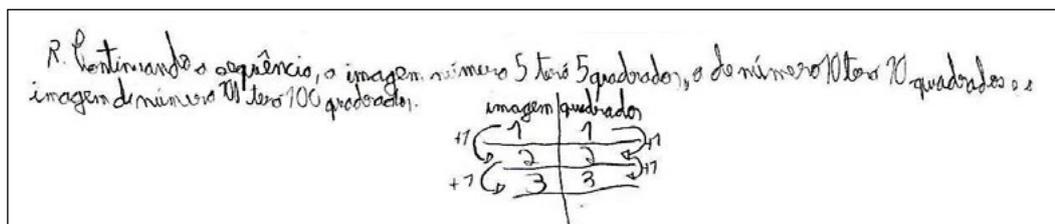
Para a letra “a” dessa questão, pode ser observado que todas as duplas compreenderam o propósito da mesma. As estratégias utilizadas na resposta variaram entre desenho (FIGURA 1), tabela (FIGURA 2) e texto (FIGURA 3).

Figura 1



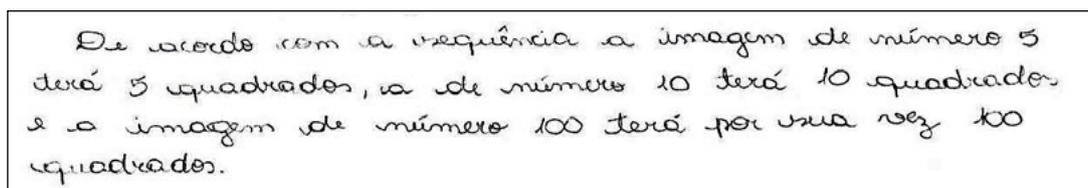
Fonte: Do acervo dos pesquisadores.

Figura 2



Fonte: Do acervo dos pesquisadores.

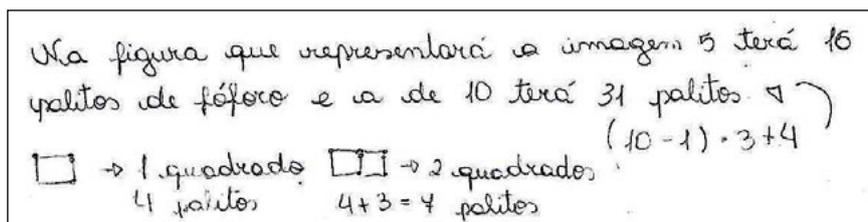
Figura 3



Fonte: Do acervo dos pesquisadores.

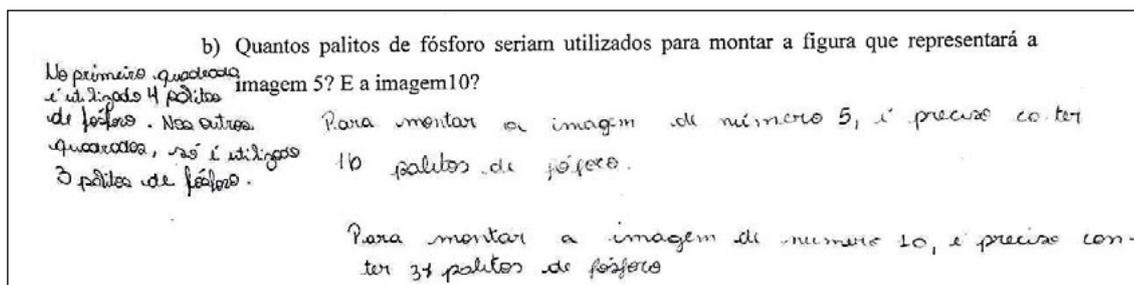
Nas letras “b” e “c”, as duplas foram criativas nas suas respostas, inclusive apresentando cálculos aritméticos (FIGURA 4) e textos muito bem explicados (FIGURA 5), deixando claro o raciocínio utilizado. As duplas que acertaram a questão perceberam que apenas o primeiro quadrado necessitava de quatro palitos, sendo, a partir desse, somente acrescentados três, pois havia um compartilhamento de palitos, como pode ser observado na Figura 6, referente à pergunta “c”.

Figura 4



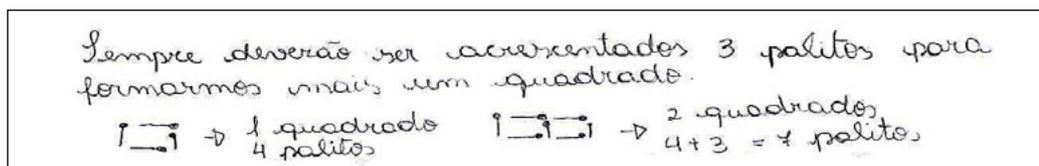
Fonte: Do acervo dos pesquisadores.

Figura 5



Fonte: Do acervo dos pesquisadores.

Figura 6



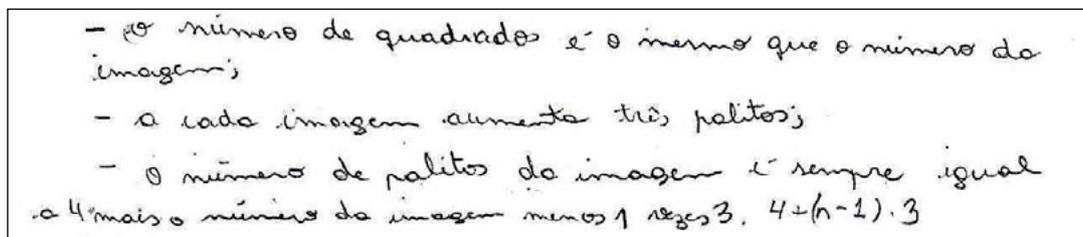
Fonte: Do acervo dos pesquisadores.

As respostas incoerentes poderiam ser testadas pela turma em uma atividade mais extensa de investigação matemática, propiciando que os próprios alunos refutassem essas hipóteses. Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira, “existe alguma tendência dos alunos para aceitarem as conjecturas depois de a terem verificado apenas num número reduzido de casos” (2003, p. 33). Os autores ainda ressaltam a importância do professor nesse momento, estimulando a procura de contraexemplos.

Também poderiam ser discutidos os diferentes cálculos utilizados pelas duplas, durante a resolução. Esse era um dos objetivos da letra “d”, o qual propunha uma investigação sobre as possíveis relações encontradas para o problema, influenciando a retomada das conclusões obtidas anteriormente. Para Ponte, Brocardo e Oliveira, esse seria o processo de justificação ou prova das

conjecturas (2003, p. 37). Uma resposta se destacou, pois nela a dupla conseguiu elaborar uma fórmula que permite calcular o número de palitos necessários para a construção dos quadrados (FIGURA 7).

Figura 7



Fonte: Do acervo dos pesquisadores.

4.2 Questão 2

A segunda atividade proposta para os alunos referia-se às diagonais de figuras geométricas (QUADRO 2).

Quadro 2: Questão 2

Questão 2: Observe as formas geométricas a seguir. Trace as diagonais destas.

a) Existem formas com o mesmo número de diagonais? Se sim, quantas diagonais elas têm? Quais são elas? Elas têm mais propriedades em comum? Quais?

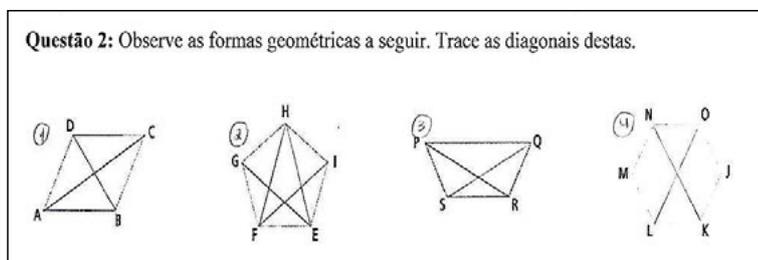
b) Com base nas respostas das questões anteriores, investigue possíveis relações entre as formas geométricas.

Fonte: Adaptado de Coleção (2014).

Na letra “a”, todas as respostas podem ser enquadradas na Categoria I, uma vez que os alunos utilizaram os desenhos da própria questão para representar e contar as diagonais. Essa estratégia já era previsível, já que os pesquisadores colocaram intuitivamente as representações geométricas no enunciado.

Quando questionados em relação à existência de formas com o mesmo número de diagonais, todas as duplas responderam que sim, tendo oito exemplificado somente o caso presente no desenho da própria questão (trapézio e losango), enquanto as outras cinco duplas deram exemplos que não são verdadeiros, como pentágono e trapézio. Ao observar as diagonais desenhadas por essas duplas, é possível constatar alguns erros referentes ao conceito de diagonal, uma vez que não foram traçadas corretamente, como pode ser evidenciado na Figura 8.

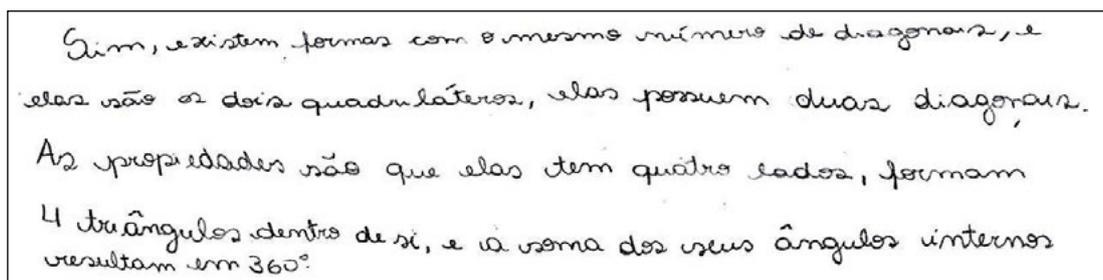
Figura 8



Fonte: Do acervo dos pesquisadores.

Nessa questão, os alunos ainda eram instigados a pensar em outras propriedades comuns que pudessem ter os polígonos com número igual de diagonais. Oito duplas se deram por conta do número de lados ser igual, três duplas destacaram a igualdade no número de vértices, duas fizeram referência à soma dos ângulos do trapézio e do losango ser igual e uma dupla mencionou a formação de quatro triângulos ao serem traçadas as diagonais dos quadriláteros (FIGURA 9).

Figura 9

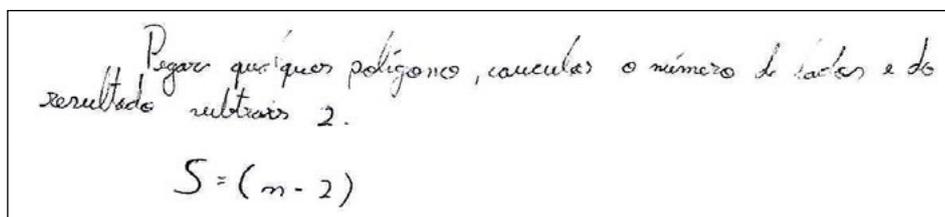


Fonte: Do acervo dos pesquisadores.

Na letra "b", ainda referente à Questão 2, solicitou-se que os alunos buscassem a relação entre o número de lados com o número de diagonais. As manifestações dos alunos foram variadas:

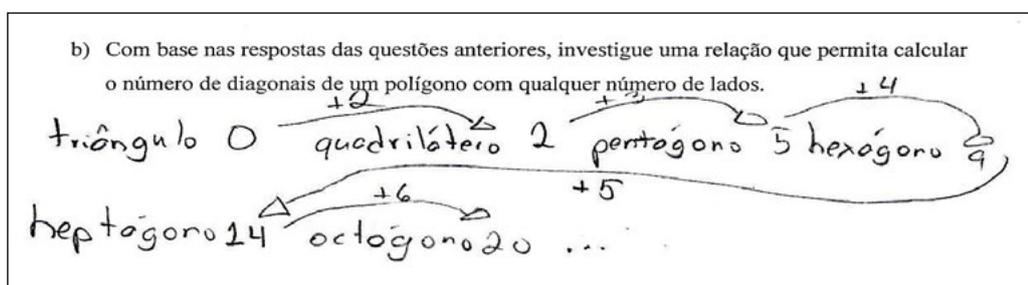
- uma dupla verificou que o número de lados, subtraindo-se três, resultava no número de diagonais que saíam de cada vértice;
- duas duplas alegaram que o número de diagonais é igual ao número de lados, mas que existem algumas exceções;
- duas duplas escreveram os dados relacionando número de lados com número de diagonais, mas não encontraram uma regularidade;
- três duplas elaboraram fórmulas expressando que o cálculo a ser feito para obter o número de diagonais é subtrair dois do número de lados (FIGURA 10);
- uma dupla identificou uma regularidade, observando que cada vez que aumentava o número de lados, também aumentava o número de diagonais progressivamente (FIGURA 11);
- uma dupla escreveu não existir relação;
- três duplas deixaram a questão em branco.

Figura 10



Fonte: Do acervo dos pesquisadores.

Figura 11



Fonte: Do acervo dos pesquisadores.

As constatações dos alunos poderiam ser aproveitadas pelo professor de Matemática para criar novos questionamentos, a fim de induzi-los a testarem suas hipóteses formuladas, especialmente na última questão. Dessa forma, muitas delas seriam refutadas no processo, pois novamente percebeu-se a verificação das conjecturas de um número reduzido.

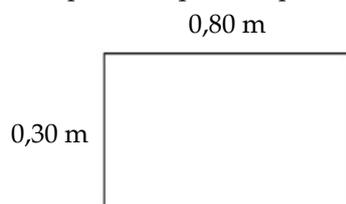
As respostas das duplas ainda são limitadas aos enunciados, o que pode ser um indício de que os alunos não estão habituados a lidarem com questões tão abertas. Durante a aula de Matemática, o professor poderia explorar melhor cada uma das perguntas, propiciando, assim, o desenvolvimento de diversos conteúdos. Por exemplo, quando uma das duplas observou a formação de triângulos ao desenharem as diagonais, poderia ser trabalhada a soma dos ângulos internos de diferentes polígonos. Sendo assim, “O professor precisa estar atento a tais oportunidades e, mesmo que não seja possível explorar cabalmente essas conexões, deve estimular os alunos a refletir sobre elas” (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2003, p. 51).

4.3 Questão 3

A última questão proposta para a turma do 8º ano tratava-se de uma prancha de um carpinteiro, que precisaria ser cortada em duas partes iguais, com o objetivo de formar uma nova peça com medidas preestabelecidas (QUADRO 3).

Quadro 3: Questão 3

Questão 3: Um carpinteiro possui uma prancha de 0,80 m de comprimento e 0,30 m de largura. Ele quer cortá-la em dois pedaços iguais de modo a obter uma peça que tenha 1,20 m de comprimento e 0,20 m de largura. A imagem a seguir representa a prancha que o carpinteiro quer cortar.



Marque na imagem, por uma linha pontilhada, a região que o carpinteiro deverá cortar para obter a peça desejada. Em seguida, faça um desenho que represente a peça obtida – lembre-se que esta deve ser formada pelos dois pedaços obtidos com o corte.

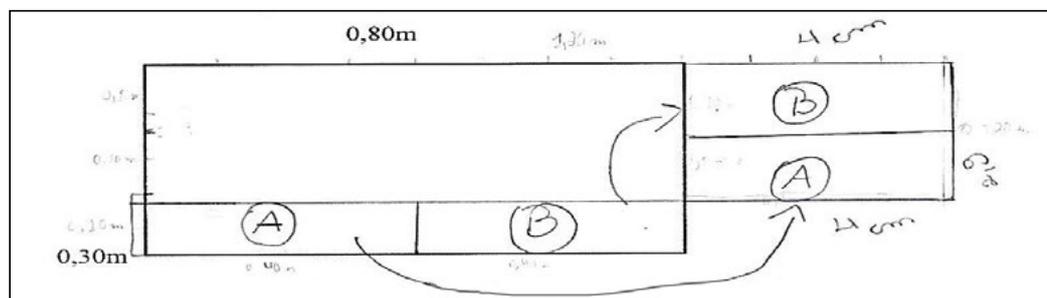
- a) Será que só existe uma única forma de cortar a prancha para obter a peça desejada pelo carpinteiro? Investigue se é possível cortar a prancha de outras formas. Represente as possibilidades de corte que você pensou por desenhos.

Fonte: Adaptado de Souza (1995)

Durante a intervenção dos pesquisadores, pôde-se perceber que essa questão deixou os alunos intrigados e desafiados a respondê-la, sendo formuladas diversas hipóteses pelos estudantes, algumas já refutadas durante o processo por não atenderem ao enunciado.

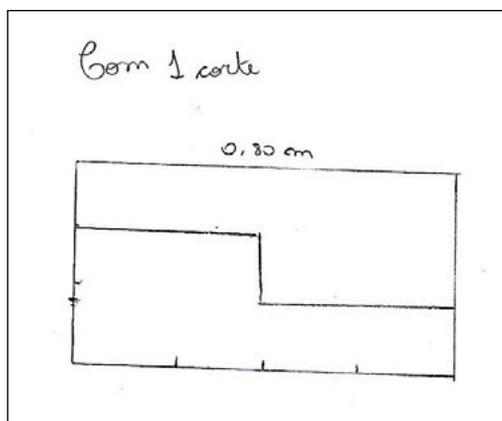
Pôde-se constatar que cinco duplas conseguiram fazer o corte na prancha, de modo a formar a nova peça com as medidas preestabelecidas. Essas duplas, durante a resolução da questão, já expressam que a estratégia utilizada funcionava, mas necessitava de mais de um corte no formato da prancha inicial, obtendo, assim, mais do que duas peças para compor a nova prancha, o que, segundo o enunciado, não poderia acontecer (FIGURA 12). Apenas uma dupla conseguiu encontrar o corte correto, depois de ter representado outras maneiras de fazê-lo e tê-las refutado (FIGURA 13).

Figura 12



Fonte: Do acervo dos pesquisadores.

Figura 13



Fonte: Do acervo dos pesquisadores.

Seis duplas expressaram seus testes de corte para atender ao enunciado, mas não obtiveram êxito. Ainda, uma dupla deixou a questão em branco.

Nessa última questão, ficou perceptível a criação de hipóteses, teste e descarte das respostas elaboradas pelos alunos, tendo eles passado um período inteiro discutindo o problema, em busca de uma solução.

4.4 Questionário pós

Depois de participarem da atividade de investigação matemática, os alunos foram convidados a responder um questionário relacionado à mesma. Esse, era composto por três questões, formuladas com o objetivo de analisar se os estudantes já haviam participado de atividade semelhante, o que sentiram realizando-a, qual questão consideraram a mais difícil e qual consideraram a mais fácil. As respostas dos alunos foram analisadas, sendo as constatações obtidas descritas a seguir.

Em relação ao primeiro objetivo, a participação dos alunos em atividade semelhante realizada em outro momento, pode-se observar que a professora de Matemática deles, em alguns momentos de sua aula, encaminha questões semelhantes às utilizadas na atividade pelos pesquisadores para os estudantes resolverem. Muitos também mencionaram que na apostila que utilizam nas aulas de Matemática e na Olimpíada de Matemática que participaram foram observadas questões do tipo. Poucos alunos mencionaram não ter presenciado questões semelhantes às propostas na atividade, tendo esses utilizado como justificativa para essa resposta que a maioria das atividades da aula de Matemática é de cálculos, aparentemente mecânicos.

Em relação às sensações dos alunos ao realizar a atividade proposta, pode-se perceber que muitos afirmaram ter gostado, utilizando como justificativa o caráter desafiador das questões, a motivação para trabalhar em equipe na busca de alternativas para resolvê-las – uma vez que os alunos estavam organizados em duplas – e/ou o fato de a atividade realizada ser diferente das habituais. Alguns também mencionaram que ficaram confusos, uma vez que sentiram dificuldade em solucionar as questões.

Ainda em relação à sensação dos alunos ao participar da atividade, uma constatação interessante foi a de que alguns alunos reconheceram ter aprendido com a sua realização. Essa constatação pode ser feita observando as escritas dos alunos A1 e A2, por exemplo:

A1: "A atividade proposta foi bastante desafiadora e exigiu um grande raciocínio lógico, que proporcionou novos aprendizados para nós."

A2: "Eu gostei bastante. Achei uma atividade muito legal e também diferente. Gostei também de ter sido em dupla, pois é possível trocar as ideias, o que acaba fazendo com que a gente aprenda também."

Alguns alunos ainda descreveram outras sensações, como a de decepção por não ter conseguido resolver alguma das questões, a de estar realizando uma atividade semelhante à Olimpíada Matemática e a de estar realizando uma atividade comum.

O último objetivo do questionário realizado após a atividade de investigação matemática era identificar qual a questão mais difícil e qual a mais fácil da mesma. A questão mais difícil, segundo os alunos, foi a Questão 3. Como justificativa, alguns afirmaram que foi a questão que mais os estimulou a pensar e/ou porque não conseguiram resolvê-la. A questão mais fácil, segundo os alunos, foi a Questão 1, que justificaram que bastava apenas contar ou fazer cálculos simples, porque já haviam feito uma questão semelhante e/ou porque conseguiram resolvê-la com mais facilidade.

5 CONCLUSÃO

Os resultados obtidos permitem verificar que os alunos utilizam diferentes estratégias para solucionar questões investigativas, que variaram entre desenhos, tabelas, textos e/ou cálculos, de acordo com a questão encaminhada e com os conhecimentos matemáticos prévios de cada um.

A variedade nas estratégias de resolução evidencia que os alunos são influenciados pelo estímulo de cada questão, uma vez que as respostas como desenho (Categoria I) e como cálculo aritmético (Categoria IV) foram mais comuns quando propostas modificações na imagem original apresentada em cada questão e, as respostas como texto (Categoria III) e como cálculo algébrico (Categoria V) foram mais comuns quando solicitadas generalizações para a situação exposta em cada questão.

Dessa forma, é possível destacar que as questões investigativas podem ser modificadas de acordo com a finalidade da aula ou da atividade desenvolvida pelo professor, considerando que, diferente de um exercício, que estimula o treino, elas estimulam o desenvolvimento de alternativas variadas de resolução, o que permite maior aproveitamento das concepções prévias dos alunos.

REFERÊNCIAS

BRASIL, Secretaria de Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática** – ensino de quinta a oitava série. Brasília (DF): MEC/SEF, 1998.

COLEÇÃO, Anglo. **Ensino Fundamental: 7º ano, Matemática**. São Paulo: Anglo, 2014.

LORENZATO, Sergio. **Para aprender matemática**. 1ª edição. Campinas: Autores Associados, 2006.

MENDES, Iran Abreu. **Matemática e Investigação em Sala de Aula: tecendo redes cognitivas na aprendizagem**. São Paulo: Editora Livraria de Física, 2009, p. 123.

PONTE, João Pedro da; BROCARD, Joana; OLIVEIRA, Helia. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autentica, 2003.

SAMPIERI, Roberto H.; COLLADO, Carlos F.; LUCIO, María P. B. **Metodologia de Pesquisa**. Porto Alegre: Penso, 2013.

SOUZA, Júlio César de Mello. **Matemática Divertida e Curiosa**. Rio de Janeiro: Record, 1995, p. 35.