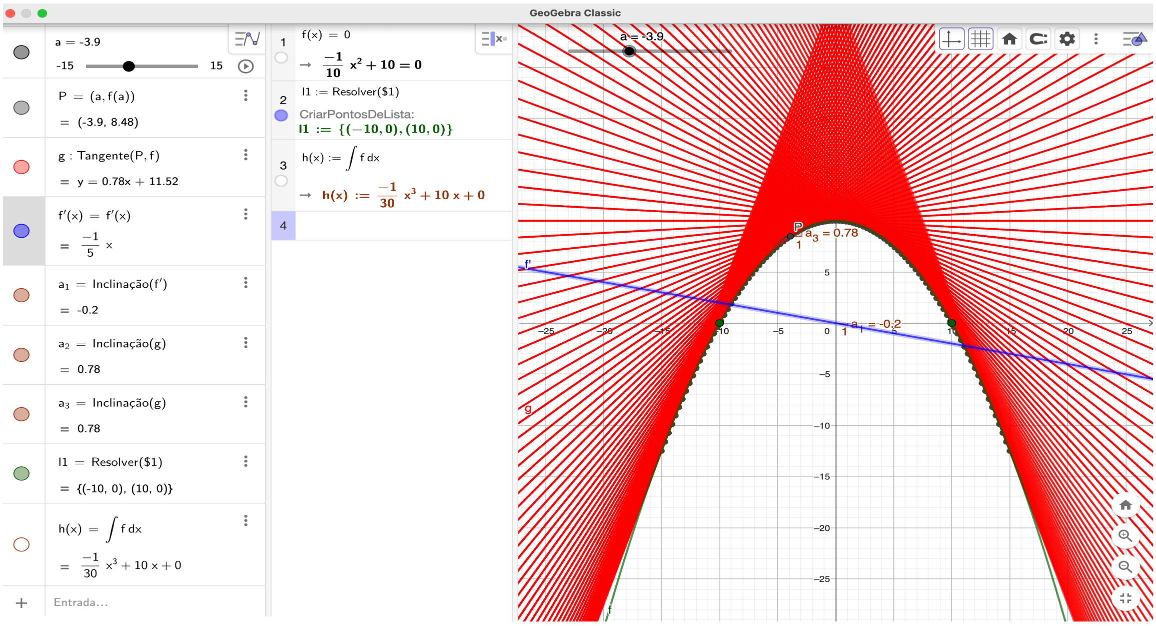
UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI – UNIVATES

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – DOUTORADO

ENSINO E APRENDIZAGEM DAS DERIVADAS DE FUNÇÕES REAIS POR MEIO DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA MEDIADA PELO *GEOGEBRA*

TEACHING AND LEARNING THE DERIVATIVES OF REAL FUNCTIONS THROUGH A DIDACTIC SEQUENCE MEDIATED BY GEOGEBRA



Joselito da Silva Bispo[1]

Márcia Jussara Hepp Rehfeldt[2]

Lajeado/RS, fevereiro de 2024.

[1] Dr. em Ensino de Ciências Exatas – Univates / IF Baiano – joselito.bispo@universo.univates.br

[2] 2 Dra. em Informática na Educação – Univates - mrehfeld@univates.br

SUMÁRIO

1. APRESENTAÇÃO

Caro(a) colega professor(a) de cálculo!

As atividades apresentadas neste material de apoio didático, na forma de Sequência Didática[3] (SD), foram planejadas com base em uma pesquisa intitulada ***"O ensino de derivadas de funções reais mediado pelo uso do GeoGebra para Aprendizagem Significativa: Contribuições de uma Sequência Didática"***, em nível de doutorado, em Ensino de Ciências Exatas, junto à Universidade do Vale do Taquari (Univates), Lajeado/RS, cujo objetivo foi "***Investigar quais características de uma sequência didática mediada pelo uso do GeoGebra podem favorecer a aquisição, a construção e a retenção de conhecimentos, com estudantes do CEA do IF Baiano – Campus Teixeira de Freitas, bem como proporcionar indícios de aprendizagem significativa das derivadas de funções reais"***. O primeiro autor é doutor Joselito da Silva Bispo, sob a orientação da professora Dra. Márcia Jussara Hepp Rehfeldt, segunda autora.

Caro(a) leitor(a)!

Caso tenha interesse em conhecer melhor a minha tese, poderá acessar o site: [https://www.univates.br/ppgece/producoes/teses.](https://www.univates.br/ppgece/producoes/teses)

Esta SD apresenta sugestões de um conjunto de atividades sobre o estudo das derivadas de funções reais, por meio de algumas de suas aplicações, mediadas pelo uso do

---

[3] Na elaboração e desenvolvimento da SD, seguimos os pressupostos teóricos de Antonio Zabala (1998). Este autor define a SD como sendo uma Prática Educativa composta por "um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelo professor como pelos seus alunos". O autor descreve, ainda, quatro fases de elaboração e aplicação de uma SD de modelo tradicional, que são: "comunicação da lição; estudo individual sobre o livro didático; repetição do conteúdo aprendido e julgamento (nota do professor ou professora)" (Zabala, 1998, p. 54), as quais seguimos na elaboração e na validação da presente SD.

software GeoGebra[4], a ser explorada em uma intervenção pedagógica. Este material visa oferecer uma possibilidade de colegas professores de Cálculo diversificarem e dinamizarem suas aulas, utilizando as Tecnologia Digital (TD)[5], em particular, o citado software matemático, que pode contribuir para os processos de ensino e de aprendizagem com significado deste importante conceito matemático.

As motivações que impulsionaram o primeiro autor deste Produto Educacional (PE) na elaboração da SD, são provenientes de observações e constatações relativas às dificuldades da maioria dos estudantes ao estudar os conceitos, propriedades e definições das derivadas de funções reais, na docência do componente curricular Cálculo Diferencial e Integral (CDI**)** do Curso de Engenharia Agronômica (CEA) do IF Baiano – *Campus* Teixeira de Freitas. Verificou-se, ainda, que eles encontravam obstáculos na resolução de situações-problema do seu cotidiano usando tais conceitos, como também, na transposição dos diversos registros de representações (linguagem materna, algébricas geométricas/gráficas) deste conceito.

Para a elaboração, a implementação e a validação desta SD, recorremos a pressupostos, da Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS), desenvolvida por David Paul Ausubel (1963; 1968; 2003). Também buscamos aportes teóricos em estudos que procuraram entender as influências do uso do GeoGebra nos processos de ensino e de aprendizagem do Cálculo.

Ademais, a SD é composta por atividades que abordam os conceitos de taxa média de variação (TMV); como escrever a equação da reta: secante, tangente e normal, algebricamente e no GeoGebra; a construção do conceito formal de derivada de funções reais, por meio da noção de limite e de forma dinâmica no citado software; conceitos de velocidade instantânea e aceleração instantânea por meio das derivadas primeira e segunda da função horária do espaço

---

[4] O GeoGebra é um programa/aplicativo com finalidades didáticas para ser utilizado em situações de ensino e aprendizagem da Matemática. Com ele, é possível realizar cálculos aritméticos, algébricos e utilizar múltiplas representações gráficas de objetos matemáticos na perspectiva bidimensional e tridimensional, ou seja, GeoGebra (que surgiu da aglutinação das palavras Geometria e Álgebra*)* é um software de Matemática de multiplataforma, escrito na linguagem de programação Java, disponível de forma gratuita nas mais diversas plataformas de sistema, de código aberto de álgebra computacional (como Derive, Matehamatica, Maple ou MuPAD) e de geometria dinâmica (como Geometer's Sketchapad ou Cabri Geometry) que são poderosas ferramentas tecnológicas que podem auxiliar nos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática (Fonte: www.ogeogebra.com - textos: Texto 1- Interface e Ferramentas).

[5] Segundo Kenski (2012, p. 24 A tecnologia digital engloba os "conhecimentos e princípios científicos que se aplicam ao planejamento, à construção e à utilização de um equipamento em um determinado tipo de atividade". A pesquisadora enfatiza que as Tecnologias Digitais estão diretamente relacionadas à linguagem digital, fundamentada em códigos binários, os quais facilitam e dinamizam a informação, a comunicação, a interação e o aprendizado (Kenski, 2012).

em relação ao tempo, neste aplicativo. Ainda, a SD contempla a escrita de modelos matemáticos de situações-problema relacionadas a atividades acadêmicas e/ou laborais, com foco nas Ciências Agrárias, que abordam os conceitos de máximo e/ou de mínimo; intervalos de crescimento e de decrescimento; bem como a respectiva resolução, usando os conhecimentos de derivada de funções reais usando os recursos papel e lápis; como também, de forma dinâmica e experimental, por meio das ferramentas e dos recursos interativos do GeoGebra.

Nesse sentido, o presente PE está estruturado da seguinte forma: apresentação da proposta, seguida da finalidade e da contextualização; descrição dos aspectos metodológicos, abordando brevemente a TAS, a qual embasou a elaboração, a exploração e a validação desta SD. Em seguida, um breve bate-papo acerca do uso das TD nos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática, em particular, no Cálculo, e suas possíveis contribuições para a aprendizagem significativa (AS) das derivadas de funções reais. Destacamos, ainda, o objetivo do PE e o seu detalhamento para uma boa exploração da SD, de forma experimental.

Também é arrolado um conjunto de atividades, sendo a primeira, uma atividade de revisão de conceitos matemáticos, que pode contribuir para a construção da noção de derivadas de funções reais, além de reconhecer (diagnosticar) alguns saberes matemáticos que podem nortear a exploração desta SD. A segunda é uma atividade de instrumentalização dos discentes, quanto ao uso/manuseio do GeoGebra, cujo objetivo é habilitar/familiarizar os estudantes a aprender a usar as ferramentas e os recursos deste software para estudarem Cálculo.

Por fim, apresentamos as atividades que compõem esta SD, as quais poderão ser exploradas, à medida que forem estudados os conceitos, propriedades e definições das derivadas de funções reais. Vale destacar que a última atividade é uma sugestão de teste avaliativo, que visa evidenciar/ratificar os indícios de AS, uma vez que é interessante, na perspectiva da TAS, que a avaliação seja processual, contínua, que ocorra durante a exploração de todas as tarefas presentes na SD.

Destacamos a importância e as contribuições que este material pode trazer para a melhoria dos processos de ensino e de aprendizagem do Cálculo, quando bem explorado. Acreditamos que as atividades desta SD podem tornar as aulas deste importante componente curricular mais dinâmicas, motivadoras e interativas, por meio da experimentação e da visualização proporcionadas pelo GeoGebra, o que pode contribuir para a AS dos estudantes e facilitar a prática pedagógica do professor. Logo, convidamos você leitor, que tenha interesse e curiosidade pela temática, para navegar conosco nesta experiência de estudar e/ou aprender derivadas de funções reais dinamicamente, por meio da experimentação dinâmica que o GeoGebra nos permite por intermédio de suas ferramentas e recursos.

2. FINALIDADE

Este PE descreve um conjunto de atividades que têm a finalidade utilizar e experimentar os recursos computacionais do software GeoGebra, como estratégia de ensino, para construir o conceito de derivada de funções reais, por meio da resolução de situações-problemas referentes à área das Ciências Agrárias. Estas são destinadas a professores de Cursos da Educação Superior das engenharias, bem como servem para docentes de outros cursos deste nível de ensino. Visam, ainda, incentivar a experimentação, a investigação, o questionamento, por meio da construção, da visualização, da análise e da interpretação algébrica e dos gráficos, de forma dinâmica e interativa, das derivadas de funções reais.

Acreditamos que tais atividades podem contribuir para a construção com significado dos conhecimentos matemáticos do conteúdo em questão. Também podem favorecer diversas possibilidades de aprendizagem, por meio das ferramentas e dos recursos do GeoGebra, que é capaz de proporcionar uma redução dos altos níveis de reprovação e desistências dos estudantes matriculados neste componente curricular.

3. CONTEXTOS E ASPECTOS METODOLÓGICOS

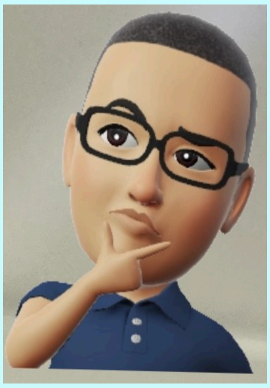
O presente PE tem como público-alvo professores de Cálculo que objetivem explorá-lo com seus estudantes, matriculados no componente curricular CDI I, em cursos de Bacharelado em Engenharia Agronômica e áreas afins. Um dos objetivos desta SD é dinamizar e facilitar a aprendizagem com significado das derivadas de funções reais. Para alcançarmos tal objetivo, recorremos aos aportes teóricos da TAS de Ausubel (1963; 1968; 2003), para elaborar e explorar as tarefas propostas neste PE. Esta teoria se baseia na visão cognitivista[6] de aprendizagem, que se opõe à aprendizagem verbal por memorização, e deu início à revolução acerca dos estudos da Psicologia Educacional.

A teoria de Ausubel nos ajudou a entender melhor as dificuldades em aprender Cálculo, que a maioria dos estudantes dos cursos da Educação Superior enfrenta ao estudar os conceitos de limites, derivadas e integrais de funções reais. Reconhecemos que tais dificuldades estão atreladas ao pouco ou quase nenhum significado que o conhecimento matemático tem para eles, a fim de resolver situações-problema da vida cotidiana. Para Ausubel (2003, p. 3), a Aprendizagem Significativa (AS) ocorre quando

> [...] uma nova informação relaciona-se com um aspecto especificamente relevante da estrutura de conhecimento do indivíduo, ou seja, este processo envolve a interação da nova informação com uma estrutura específica, que define como conceito subsunçor, existente na estrutura cognitiva do indivíduo.

Caro(a) professor(a)!

Casa tenha interesse em aprofundar seus conhecimentos em torno da TAS, poderá acessar o link: *http://www.if.ufrgs.br/~moreira/apsigsubport.pdf.*



No que tange à aprendizagem, Ausubel (1963; 1968; 2003) a entende como sendo a ampliação da estrutura cognitiva, seja no conteúdo total e na organização das ideias do indivíduo, seja no contexto da aprendizagem de um determinado assunto, do conteúdo e da organização de suas ideias, nessa área particular de conhecimentos do estudante, na qual essas novas ideias são incorporadas e relacionadas com conhecimentos preexistentes na estrutura cognitiva do aprendiz. O autor salienta, ainda, que algumas condições são necessárias para ocorrência da AS, que comentamos a seguir:

[6] Contrapondo-se ao behaviorismo que centra a sua atenção no comportamento humano, o cognitivismo propõe analisar a mente, o ato de conhecer; como o homem desenvolve seu conhecimento acerca do mundo, analisando os aspectos que intervêm no processo "estímulo/resposta". Seguindo esse modo de compreensão, Moreira (1982, p. 3) ratifica que "a psicologia cognitiva se preocupa com o processo de compreensão, transformação, armazenamento e utilização das informações, envolvida no plano da cognição". A cognição é o processo por meio do qual o mundo de significados tem origem. Os significados não são entidades estáticas, mas pontos de partida para a atribuição de outras significações que possibilitam a origem da estrutura cognitiva, sendo as primeiras equivalências utilizadas como uma ponte para a aquisição de novos significados, (Santos, 2006, p. 100-101).

i) Conhecimentos prévios ancorados na estrutura cognitiva do aprendiz, que serve de ponto de ancoragem para a aprendizagem de novos conhecimentos;

ii) Predisposição do aluno para aprender e relacionar o novo conteúdo com conhecimentos presentes em suas estruturas cognitivas;

iii) Material de instrução potencialmente significativo, o qual permite ao aprendiz realizar uma Diferenciação Progressiva (DP)[7] e Reconciliação Integrativa (RI)[8];

iv) Mediação do professor, enquanto agente que planeja, organiza, conduz e estimula os processos de ensino e de aprendizagem com significado.

Desse modo, percebemos a importância da inserção de novas estratégias de ensino que utilizem as TD para ensinar e aprender Cálculo, que visem promover a AS. Ademais, as atividades propostas neste PE foram planejadas para serem exploradas por meio do software GeoGebra, como uma estratégia de ensino que possa despertar nos estudantes o interesse e a motivação de maneira interativa e dinâmica no estudo do Cálculo, em particular, os objetos matemáticos estudados nas derivadas de funções reais, ao resolver algumas situações-problema (aplicações da derivada), relacionadas à área das Ciências Agrárias, por meio das ferramentas e recursos do software em questão.

Também esperamos que este material contribua com o fazer pedagógico do professor de Cálculo, tornando suas aulas mais dinâmicas e motivadoras, seguindo os pressupostos da DP e da RI. Tais princípios podem facilitar o estabelecimento de relações, semelhanças e diferenças entre os conceitos, contribuindo para uma aprendizagem com significado, o que pode favorecer o ensino expositivo por meio da experimentação permitida pelas ferramentas e recursos do GeoGebra, conforme salienta Ausubel (2003).

---

[7] A diferenciação progressiva é o princípio segundo o qual as ideias e conceitos mais gerais e inclusivos do conteúdo da matéria de ensino devem ser apresentados no início da instrução e, progressivamente, diferenciados em termos de detalhe e especificidade. Ausubel; Novak; Hanesian (1978, p. 190) propõem este princípio programático do conteúdo baseado em duas hipóteses: “1) é menos difícil para o ser humano captar aspectos diferenciados de um todo mais inclusivo previamente aprendido do que chegar ao todo a partir de suas partes diferenciadas previamente aprendidas; 2) a organização do conteúdo de um corpo de conhecimento na mente de um indivíduo é uma estrutura hierárquica na qual as ideias mais inclusivas estão no topo da estrutura e, progressivamente, incorporam proposições, conceitos e fatos menos inclusivos e mais”.

[8] A reconciliação integrativa é, então, o princípio programático segundo o qual a instrução deve também explorar relações entre ideias, apontar similaridades e diferenças importantes e reconciliar discrepâncias reais ou aparentes (Moreira, Caballero e Rodríguez, 1997, p. 19). A diferenciação progressiva e a reconciliação integrativa são processos da dinâmica da estrutura cognitiva, mas aqui estão sendo tratados como princípios programáticos instrucionais potencialmente facilitadores da aprendizagem significativa (Moreira, Caballero e Rodríguez, 1997, p. 19).

No que se refere ao uso das TD nos processos de ensino e de aprendizagem de objetos do conhecimento, Kalinke (2014, p. 25) afirma que os profissionais da educação precisam acompanhar as transformações sociais, devendo ficar "[...] atentos para esse "boom" tecnológico e preparados para enfrentar as novidades com as quais se deparam constantemente". Segundo o autor, "a maioria das ciências tem gradativamente aumentado a utilização de recursos e descobertas da tecnologia, como ferramenta útil e fundamental em suas atividades" (Kalinke, 2014, p. 25), o que possibilita avanços na Medicina, na Engenharia, na Física, na Robótica, etc. (Kalinke, 2014).

Caro(a) professor(a)!

Casa tenha interesse em outras informações acerca do uso do GeoGebra nos processos de ensino e de aprendizagem das derivadas, poderá acessar o link: https://www.revistaespacios.com/a20v41n33/a20v41n33p19.pdf.

Portanto, inferimos que as instituições de ensino, enquanto espaço formal (sistemático) de formação, devem preparar-se/adequar-se constantemente, para acompanhar as transformações sociais exigidas pelo mundo atual. Isto nos leva a ratificar a necessidade de a escola usar cada vez com mais frequência as TD nos processos de ensino e de aprendizagem, as quais podem contribuir para a AS.

No que diz respeito às dificuldades enfrentadas pela maioria dos discentes ao estudar Cálculo, as quais foram reiteradas por outros pesquisadores, como Silva (2017) e de Danardi (2019), cabe mencionar que eles salientam as dificuldades de transição do Ensino Médio para o Ensino Superior, além da falta de conhecimentos prévios para aprender CDI.

Com relação aos recursos tecnológicos, Silva (2017) ressalta, ainda, a importância do uso do GeoGebra como instrumento metodológico para o ensino de CDI, destacando que é um poderoso recurso didático e avaliativo para a aprendizagem dos objetos matemáticos. Este autor aconselha que os professores de Cálculo utilizem este software, em suas práticas pedagógicas.

Logo, inferimos que o GeoGebra é uma ferramenta que pode facilitar e motivar os processos de ensino e de aprendizagem do Cálculo, pois é um software livre, que pode dinamizar as aulas de Matemática, em todos os níveis de ensino, além de reunir álgebra e geometria em duas e três dimensões, janela de cálculo, gráficos e estatísticas, numa janela fácil de utilizar. Tais constatações também foram verificadas por Borba; Silva e Gadanidis (2020), ao enfatizarem que este software permite ao professor de CDI estabelecer conexão entre os registros algébricos e gráficos das derivadas, por meio da experimentação permitida pelos recursos e ferramentas nele presentes.

Diante do exposto, a exploração desta SD está disposta na seguinte ordem: 1) diagnóstico dos conhecimentos matemáticos prévios dos estudantes; 2) instrumentalização dos discentes no que diz respeito ao uso das ferramentas e recursos do GeoGebra; 3) aulas autoexplicativas, dialogadas e participativas, com base na sequência de atividades entregues impressas aos estudantes, explorando conceitos matemáticos que servem de ponto de ancoragem para os conceitos de reta secante, reta tangente, reta normal, derivada de uma função, algebricamente e de forma dinâmica gradativa, baseadas na relação entre a modificação dos parâmetros e sua relação com o comportamento gráfico da função no GeoGebra; 3) desenvolvimento de cálculos algébricos no ambiente papel e lápis, atrelado ao uso do GeoGebra*,* que pode mediar, facilitar e agilizar os cálculos da derivadas de funções reais, por meio da Janela de Cálculo[9]; 4) aplicação de tarefas com o objetivo de verificar e validar os conceitos e propriedades das derivadas, ao comparar os resultados das tarefas utilizando os recursos papel e lápis com as análises das construções dinâmicas realizadas no GeoGebra e a resolução de situações-problemas[10] de derivadas de funções reais que possam favorecer a AS.

4. OBJETIVO

Apresentar uma SD composta de um conjunto de atividades de derivadas de funções reais, por meio da resolução de situações-problemas relacionadas à área das Ciências Agrárias, que podem ser resolvidas por meio da exploração e da experimentação no GeoGebra**,** como

---

[9] Computer Álgebra System **(**CAS**)** que, em português, significa Sistema de Computação Algébrico.

[10]Meneghelli; Cardozo; Possamai; Silva (2018, p. 2019) salientam que o "uso de problemas na aprendizagem matemática pode auxiliar os estudantes nos questionamentos pela busca de uma solução, contribuindo para um raciocínio lógico, fazendo com que estes abdiquem do uso de regras padronizadas". Já Huete e Bravo (2006, p. 71) abordam a resolução de problemas como sendo "um processo no qual se combinam diferentes elementos que o aluno possui, como os pré-conceitos (em geral, aqueles conhecimentos previamente adquiridos que servem a uma nova situação), as regras, as habilidades [...]. Os autores destacam ainda que a resolução de problemas "exige uma grande dose de reflexão e depende de uma excelente provisão de conhecimentos e capacidades, mais que por sua quantidade, por sua clara compreensão" (Huete e Bravo, 2006, p. 71).

recurso didático complementar (estratégia metodológica), que facilite e mobilize conhecimentos para a compreensão e o compartilhamento dos conceitos do objeto matemático em estudo, a partir da visualização gráfica e algébrica de forma dinâmica e interativa.

5. DETALHAMENTO

O conjunto de atividades presentes nesta SD pode ser explorado em aulas de CDI, durante sete encontros, com duração de três a quatro horas/aula cada, totalizando uma carga horária de 25 horas/aula. A SD é composta por nove atividades, sendo a primeira uma sugestão de atividade de verificação de conhecimentos prévios e a última uma recomendação de atividade avaliativa.

Os encontros são organizados para serem desenvolvidos em aulas expositivas, experimentais, dialogadas, participativas e experimentais no GeoGebra, nas quais o professor e os estudantes compartilham conhecimentos, na sala de aula e/ou no laboratório de informática. No Quadro 1, a seguir, o detalhadamente de todos os momentos a serem seguidos na exploração da SD.

QUADRO 1: Detalhamento das ações que podem ser desenvolvidas em cada encontro da intervenção pedagógica.

ENCONTRO	DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES	RECURSOS	OBJETIVOS
1º Encontro (2 horas/aula)	Encontro na sala de aula de CDI, onde pode ser realizada: **1º Momento:** Aplicação da Atividade de Revisão para identificar alguns conhecimentos prévios dos estudantes (80 minutos).	Atividade de Revisão.	Identificar (diagnosticar) os conhecimentos prévios dos estudantes por meio da atividade de revisão sobre TMV, funções e resolução de situações-problema, envolvendo funções; relacionar as dificuldades referentes a estes conteúdos.
2º Encontro (4 horas/aula)	Encontro na sala de aula de CDI e no laboratório de informática, onde podem ser realizados: **1º Momento:** Correção da Atividade de Revisão de forma colaborativa entre professor (investigador) e estudantes (investigados), (120 minutos); **2º Momento:** Exploração da Atividade 01: Explorando as ferramentas e recursos do GeoGebra, por meio de aulas autoexplicativas (120 minutos).	Quadro branco e caneta para quadro branco; Computador *Datashow.*	Explorar organizadores prévios e/ou avançados com os estudantes, em relação aos conhecimentos presentes na atividade de revisão; A atividade de 01 visa instrumentalizar os estudantes no tocante ao uso do GeoGebra.
3º Encontro (4 horas/aula)	Encontro na sala de aula de CDI e no laboratório de informática, onde podem ser realizados: **1º Momento:** Exploração da Atividade 02: Construindo o conceito algébrico das derivadas de funções reais; - Revisão da ideia de TMV e construção do conceito das derivadas de funções reais, a partir da TMV (120 minutos); **2º Momento:** Atividade 03: O conceito geométrico da reta tangente e da reta normal a uma curva no GeoGebra (120 minutos).	Quadro branco e caneta para quadro branco; Computador; *Datashow*; Material didático impresso.	Resolver a situação-problema por meio do conceito de TMV; Enunciar a definição de derivada de uma função algebricamente; Definir a função derivada, de maneira dinâmica no GeoGebra.
4º Encontro (3 horas/aula)	Encontro na sala de aula de CDI e no laboratório de informática, onde podem ser realizados: **1º Momento:** Exploração da Atividade 04: Construindo o conceito de derivadas no GeoGebra; - 1ª Parte: Cálculo do conceito de derivada no GeoGebra, por meio de uma situação-problema (60 minutos); - 2ª Parte: Cálculo das derivadas de funções $f(x) = ax^n$ (60 minutos); **2º Momento:** Estudo das regras de derivação (60 minutos);	Quadro branco e caneta para quadro branco; Computador; *Datashow*; Livro Texto Cálculo.	Estudar os conceitos de reta tangente e reta normal de uma função no GeoGebra, por meio dos deslocamentos do controle deslizante; Enunciar as primeiras regras de derivação.

5º Encontro (4 horas/aula)	Encontro na sala de aula de CDI e no laboratório de informática, onde podem ser realizados: **-1º Momento:** Atividade 05: Conceito de Velocidade instantânea e Aceleração Instantânea: 1º Parte: Construção o conceito de velocidade instantânea e aceleração instantânea no GeoGebra (120 minutos); **2º Momento:** Aulas autoexplicativas para estudar Ponto de Máximo e Mínimo pelos testes da primeira e segunda derivada; (120 minutos).	Quadro branco e caneta para quadro branco; Computador; *Datashow*; Material didático impresso; Livro Texto Cálculo.	Relacionar a aplicação da derivada à Física (Velocidade Instantânea e Aceleração Instantânea); Destacar a importância da aplicação das derivadas em situações-problema relacionadas à Física; Estudar as regras da derivada primeira e segunda, para calcular ponto de máximo e de mínimo de funções; estudar os testes da derivada para determinar intervalos de crescimento e decrescimento de funções.
6º Encontro (4 horas)	Encontro na sala de aula de CDI, onde podem ser realizados: **1º Momento:** Revisão das regras da primeira e segunda derivada; **2º Momento:** Exploração da Atividade 06: Resolvendo situações-problema, por meio das Regras de Derivação, no papel e lápis e no GeoGebra.	Quadro branco e caneta para quadro branco; Computador; Livro Texto Cálculo.	Resolver situações-problemas relacionadas à área de formação de um Engenheiro Agrônomo com auxílio do GeoGebra.
7º Encontro (4 horas/aula)	Encontro na sala de aula de CDI, onde podem ser realizados: **1º Momento:** Revisão dos conteúdos estudados, por meio da resolução de algumas tarefas da Atividade 07: Para estudos individuais (90 minutos); **2º Momento:** Aplicação da Atividade Avaliação da Aprendizagem de derivada (150 minutos).	Atividade avaliativa impressa.	Identificar indícios de aprendizagem significativa sobre derivada e aplicações, usando o software GeoGebra.
CARGA HORÁRIA TOTAL DE INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA		**25 HORAS/AULA**	

Fonte: Autores da proposta de Intervenção Pedagógica, 2023.

As atividades que compõem este PE dão enfoque aos conceitos de derivada e aplicações, por meio da resolução de situações-problemas, as quais podem ser realizadas no GeoGebra, por meio da análise e da interpretação das representações (visualização) gráficas, de forma dinâmica e com a manipulação algébrica (experimentação), que podem contribuir para AS, no contexto das aulas de CDI. A seguir, apresentamos o conjunto de atividades que compõem o PE.

Atividades diagnóstico de conceitos matemáticos estudados

Sugestão para o(a) professor(a)

Caro(a) colega professor(a), o objetivo deste questionário é:

Identificar (diagnosticar) os conhecimentos prévios no que diz respeito a conteúdos matemáticos, visando nortear exploração da SD.

Tarefa 01: Na comercialização de Herbicida, que é um componente importantíssimos no manejo, [de acordo com a etimologia: *herbi* = erva; *cida* = matar, é um produto químico utilizado na agricultura para o controle de ervas classificadas como daninhas], a receita R para a venda da quantidade q é dada por $R(q) = q^2$+100, sendo a receita dada em reais (R$) e a quantidade de herbicida é dada em litros (l). Com base no problema, determine:

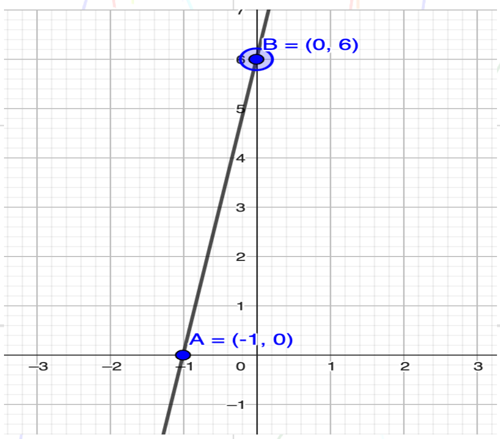
a) A taxa de variação média da receita para o intervalo $5 \leq q \leq 10$.

$$Taxa\ de\ Variação\ Média\ (TVM) = \frac{variação\ de\ R}{variação\ de\ q} = \frac{R(final) - R(inicial)}{q(final) - q(inicial)}.$$

b) Interprete o significado do valor encontrado.

c) Descreva os passos desenvolvidos para executar a tarefa.

Tarefa 02: Qual é a equação reduzida da reta representada no plano cartesiano?



Fonte: Autores, usando o software **GeoGebra**.

Obs.: Lembre que a equação da reta na forma reduzida é dada pela fórmula: $\boldsymbol{y - y_P = m.(x - x_p)}$, que passa pelos pontos A e B. **(Deixe os cálculos realizados para desenvolver a tarefa).**

(a) $y = -3x + 6$
(b) $y = x + 6$
(c) $y = -6x - 6$
(d) $y = 6x + 6$
(e) $y = 3x - 6$

Descreva os passos desenvolvidos para executar a tarefa.

Tarefa 03: Josefino Santos Pereira, ex-estudante do curso de Agropecuária do IF Baiano – *Campus* Teixeira de Freitas, é representante de vendas de produtos agrícolas na microrregião de Teixeira de Freitas. O seu salário mensal é composto de uma parte fixa no valor de R$ 1.200,00, mais uma comissão (parte variável), que corresponde a 5% sobre o valor de suas vendas no mês. A expressão matemática que representa o salário neste caso é dada por $\mathrm{S(v)} = \text{percentual ganho pela venda} * \text{valor vendido pelo vendedor por mês} + \text{salário fixo}$. Com base nas informações responda:

a) Qual a lei matemática que representa a função do salário mensal de Josefino?

b) Qual o salário de Josefino, sabendo que, no mês de janeiro de 2022, ele vendeu R$ 100.000,00?

c) Descreva os passos desenvolvidos para executar a tarefa.

d) Faça o esboço gráfico da função que modela esta situação-problema.

Tarefa 04: Um pequeno produtor rural de cacau observou que a função custo total de produção da arroba do cacau é dada por $CT(x) = x^2 + 100x + 475$, onde x representa a quantidade de arrobas do cacau. Sabendo que este produtor observou, ainda, que a receita total da arroba é dada pela função $RT(x) = 200x$, determine:

Obs.: O lucro é dado pela receita menos o custo, ou seja, $L(x) = Rt(x) - CT(x)$.

a) Qual a lei matemática que determina o lucro $L(x)$?

b) Quantas arrobas devem ser vendidas para que o produtor tenha lucro máximo?

c) Qual o valor do lucro máximo?

d) Descreva os passos desenvolvidos para executar a tarefa.

e) Faça o esboço gráfico da função que modela esta situação-problema.

Descreva as dificuldades que encontrou para realizar as tarefas acima!

Orientações para o(a) professor(a)

Caro(a) colega professor(a) de cálculo!

Você poderá explorar esta atividade visando reconhecer e revisar alguns conhecimentos matemáticos prévios dos estudantes, para fins de construir o conceito de derivadas de funções reais.

É pertinente que sejam realizadas as correções/revisões das tarefas com os estudantes em aulas expositivas, explicativas, dialogadas e participativas, visando minimizar as dificuldades diagnosticadas.

Atividade 01: Explorando as ferramentas e recursos do Geogebra

Orientações para o(a) professor(a)

Caro(a) colega professor(a), os objetivos desta atividade são:

(i) Estimular o uso da tecnologia no ambiente acadêmico;
(ii) Apresentar e instrumentalizar os estudantes no uso de algumas ferramentas do GeoGebra;
iii) Utilizar o GeoGebra na construção de objetos matemáticos que facilitem a compreensão dos conceitos.

ROTEIRO

Tarefa 01: Apresentação das principais janelas do GeoGebra.	
1º Passo	Abra um arquivo novo no GeoGebra.
2º Passo	Apresentar os recursos da janela de Álgebra.
3º Passo	Apresentar os recursos da Janela de Visualização.
4º Passo	Apresentar o Menu de Ferramentas.
5º Passo	Apresentar a Janela Cálculo Simbólico (CAS).
Tarefa 02: Construindo conceitos de função polinomial do 1º grau $f(x) = ax + b$.	
1º Passo	Abra um arquivo novo no GeoGebra.
2º Passo	Na Caixa de entrada do GeoGebra  , digite a função $f(x) = a * x + b$.
3º Passo	Perceba que, na janela de visualização, foram criados dois controles deslizantes “a” e “b”. Clique sobre estes controles deslizantes e formate o intervalo de $[-10; 10]$ com incremento 0.5.
Analise e descreva o comportamento do gráfico da função ao mover o controle deslizante “a”.	
Analise e descreva o comportamento do gráfico da função ao mover o controle deslizante “b”.	
4º Passo	Selecione a ferramenta  , clique sobre a reta f.
O que podemos observar com o valor da inclinação da reta ao movermos os controles deslizantes?	
Podemos concluir que o valor da inclinação da reta é a variação $\frac{\Delta y}{\Delta x}$? Justifique sua resposta.	
5º Passo	Na caixa de entrada digite $P = (c, f(c))$.
Registre suas observações acerca do ponto P.	
6º Passo	Tome $a = 5$ e $b = 20$ e determine o zero da função.
Registre o resultado encontrado no 6º Passo.	

Faça um comentário detalhado acerca das aprendizagens adquiridas ao visualizar a construção do gráfico no **GeoGebra**.	
7º Passo	Finalizando a tarefa, salve o arquivo com o nome "Atividade2_tarefa2. ggb".
Tarefa 03: Construindo conceitos de função polinomial do 2º grau $f(x) = ax^2 + bx + c$.	
1º Passo	Abra um arquivo novo no GeoGebra.
2º Passo	Digite na caixa de entrada a função $f(x) = ax\text{^}2 + bx \; + \; c$.
3º Passo	Perceba que, na janela de visualização, foram criados três controles deslizantes "a"; "b" e "c". Clique sobre estes controles deslizantes e formate o intervalo de [-10;10] com incremento 0.5.
Descreva o que ocorre com o comportamento do gráfico da função $f(x) = a * x^2 + b * x \; + \; c$ à medida que você movimenta o controle deslizante "a".	
O que ocorre com o comportamento do gráfico da função $f(x) = a * x^2 + b * x \; + \; c$ se o coeficiente $a = 0$?	
Descreva o que ocorre com o comportamento do gráfico da função $f(x) = a * x^2 + b * x \; + \; c$ à medida que você movimenta o controle deslizante "b".	
Descreva o que ocorre com o comportamento do gráfico da função $f(x) = a * x^2 + b * x \; + \; c$ à medida que você movimenta o controle deslizante "c".	
4º Passo	Tome $a = \; 1, b \; = \; 5$ e $c = 10$.
Qual a lei matemática da função encontrada?	
5º Passo	Crie o ponto $P(d, f(d))$.
Descreva o que podemos observar com o P(d, f(d)) ao mover o controle deslizante d.	
6º Passo	Construa uma reta tangente passando pelo ponto $\mathrm{P}(\mathrm{d}, \mathrm{f}(\mathrm{d}))$ tomando $d = 2$.
Escreva o resultado da equação da reta tangente encontrada.	
7º Passo	Determine o valor da inclinação da reta tangente.
Escreva o que você observou com o valor da inclinação da reta tangente com sua respectiva equação.	
Faço um comentário detalhado acerca das aprendizagens adquiridas ao visualizar a construção do gráfico no GeoGebra.	
9º Passo	Finalizando a tarefa, salve o arquivo com o nome "Atividade2_tarefa3. ggb".

Orientações para o(a) professor(a)

Caro(a) colega professor(a)!

Caso os estudantes tenham dúvida e/ou interesse, incentive-os a conhecer mais as ferramentas e recursos do software GeoGebra, acessando os links com os manuais de instruções:

(i) https://www.ufsm.br/app/uploads/sites/783/2020/02/Apostila_GeoGebra.pdf

(ii) http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1786-6.pdf.

Baixe o GeoGebra para realizar estudos individuais em webpage:

https: // www. geogebra.org/ na opção baixar aplicativos.

Sugestões para o(a) professor(a)

Caro(a) colega professor(a) de cálculo!

É importante que a instrumentalização seja realizada durante toda a aplicação das atividades propostas e que seja revisada constantemente a utilização das ferramentas e dos recursos do GeoGebra, para reforçar seu uso na construção de conhecimentos matemáticos.

Atividade 02: Construindo o conceito algébrico das derivadas de funções reais

O conceito de derivadas de uma função real desempenha um importante papel na formação dos estudantes, justamente por trabalhar com taxas de variação de alguma grandeza, devido às alterações que se apresentam no decorrer de um processo, trabalho, entre outros. Ela serve para resolver diversos problemas do cotidiano, como, por exemplo, a taxa de variação da velocidade, a aceleração, o custo marginal, etc. Os conhecimentos estudados acerca deste conteúdo do Cálculo Diferencial são essenciais, tanto para que os discentes tenham integração com Ensino Superior, quanto para servir de base para outras disciplinas científicas que utilizam as ferramentas da Matemática na resolução de problemas do cotidiano..

Orientações para o(a) professor(a)

Caro(a) colega professor(a), o *objetivo desta atividade é:*

(i) Analisar se a situação-problema pode contribuir para a construção do conceito de derivada de funções reais;
(ii) Conceituar formalmente o conceito de derivada de uma função real.

ROTEIRO

Tarefa 01: O aumento da demanda do consumo mundial de frango representa ganhos na área, levando os criadores a investir em melhoramento genético, o que resulta em menor tempo no abate das aves com maior peso. Um experimento foi realizado por um Engenheiro Agrônomo em uma granja localizada na cidade de Medeiros Netos/Ba, o qual acompanhou o peso, em gramas, de um aviário contendo 300 frangos, em relação à idade da ave, em dias, conforme Quadro 01.

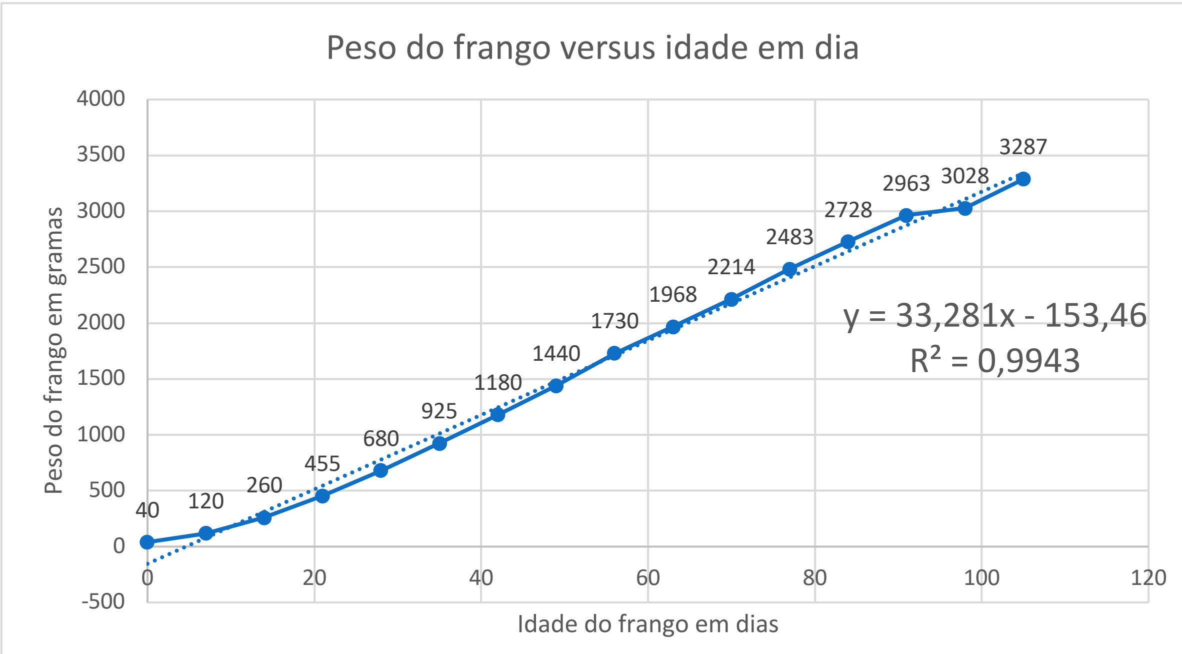
Quadro 01: Relação do peso de frangos em relação à idade em dias:

Idade em dias	Peso vivo em gramas por ave
0	40
7	120
14	260
21	455
28	680
35	925
42	1180
49	1440
56	1730
63	1968
70	2214
77	2483
84	2728
91	2963
98	3028
105	3287

Fonte: Adaptada de Figueiredo (2005).

Se representamos o peso por p, podemos representar a variação do peso por Δp. Do mesmo modo, chamando a idade em dias do frango por i_d, Δi_d representa a variação da idade do frango.

Podemos analisar os dados do quadro por meio do gráfico:



Fonte: Autores, 2022.

Com base nos dados do quadro e por meio da interpretação do gráfico, desenvolva a atividade.

Determine:

1) No intervalo de $i_d = 14$ e $i_d = 56$, qual o valor de Δi_d?

2) No intervalo de $p = 14$ e $p = 56$, qual o valor de Δp?

3) Qual a unidade de medida devemos usar para a razão $\frac{\Delta p}{\Delta i_d}$?

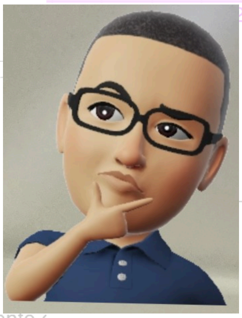
4) Qual a taxa de variação do peso do frango no intervalo em que o peso de $i_d = 14$ e $i_d = 56$?

5) A maior variação do peso do frango está no intervalo de 7 e 28 dias ou no intervalo de 49 e 70. Justifique sua resposta.

6) Qual é o significado da razão $\frac{\Delta p}{\Delta i_d}$?

7) O quadro apresenta uma relação de dependência entre peso vivo em gramas do frango e sua idade em dias? Justifique sua resposta.

8) Podemos dizer, nesta situação, que a quantidade em gramas do peso do frango é dada em função do tempo? Esta relação de dependência é uma função? Justifique sua resposta.



Sugestões para o(a) professor(a)

Caro(a) colega professor(a)!

É conveniente realizar um breve estudo sobre a definição formal das derivadas de funções reais, por meio da definição de limite.
É necessário que enfatize a definição de derivadas de funções reais como reta tangente em um dado ponto e como taxa de variação entre grandezas.
Opções de livros para estes estudos:

1) Cálculo. V. 1 George B. Thomas, Disponível em: https://autcontroltelecom.files.wordpress.com/2012/11/01cc3a1l-thomas3.pdf;

2) Cálculo A, v. 1 de Diva Marília Flemming e Mirian Buss Gonçalves, disponível em: https://tsxvpsbr.dyndns.org/arquivos/UFFS/Calculo%20A%20-%20Diva%20Mar%C3%ADlia%20Flemming%20%26%20Mirian%20Buss%20Gon%C3%A7alves%20-%206%C2%AA%20Edi%C3%A7%C3%A3o.pdf

Sugestões para o(a) professor(a)

Caro(a) colega professor(a)!

É importante incentivar os estudantes a assistirem à videoaula, pois ela ajuda nos estudos sobre a definição de derivadas em um dado ponto.
Link: https://www.youtube.com/watch?v=cWBEMN75IMc.
Bons estudos!!!

Atividade 03: Construindo o conceito geométrico de reta tangente e de reta normal no GeoGebra

Originalmente, problemas de reta tangente estão relacionados a questões que envolvem a velocidade instantânea de um móvel. Considerando a velocidade média e a inclinação da reta secante, podemos diminuir o intervalo de tempo mais e mais para obter a velocidade em um dado momento, ou seja, a velocidade instantânea. A palavra tangente vem do latim tangens, que significa "tocando". Assim, uma tangente a uma curva é uma reta que toca a curva. Em outros termos, uma reta tangente deve ter a mesma direção que a curva no ponto de contato.

Orientações para o(a) professor(a)

Caro(a) colega professor(a), o *objetivo desta tarefa é:*

(i) Construir, por meio da representação geométrica, o conceito de reta tangente e reta normal a uma curva $y = f(x)$ usando as ferramentas do GeoGebra, a partir de uma situação-problema;
(ii) Permitir a experimentação das ferramentas do GeoGebra, para a construção do conhecimento dos discentes;
(iii) Levar os estudantes a perceberem que a reta tangente é a derivada de uma função em um dado ponto;
(iv) Possibilitar que os estudantes desenvolvam de forma colaborativa entre seus pares e supervisionados pelo professor/pesquisador, o manuseio do GeoGebra, para o estudo da derivada de funções reais, de forma dinâmica.

Tarefa 01: [Adaptada de Ferreira (1999, p. 146)] - Considerando a função que descreve a densidade volumétrica do solo $f(x)(mg/m^3)$ em diferentes alturas no perfil do solo $x(m)$, em que $0 \leq x \leq 0{,}5$, dada por: $f(x) = 1{,}14 + 3{,}17x - 5{,}17x^2 + 2{,}571x^3$. Construa o gráfico $f(x)$ no GeoGebra e faça a interpretação geométrica da reta tangente em um dado ponto $P(x_0; f(x_0))$.

ROTEIRO

01º Passo	Abra um arquivo novo e crie o arquivo: Atividade2_tar1_cal_nome_data
02º Passo	Na caixa de entrada do GeoGebra, digite: Função (<Função>, <Valor de x Inicial>, <Valor de x Final>). Digite a função $f(x) = 1{,}14 + 3{,}17x - 5{,}17x^2 + 2{,}571x^3, com\ -30 \leq x \leq 30$. **OBS.:** Caros estudantes, no GeoGebra usamos ponto no lugar de vírgulas para escrever números decimais.
03º Passo	Crie dois controles deslizantes  , o primeiro denominado de x_0 no intervalo de $-30 \leq x \leq 30$ com incremento 0.001 e o segundo denominando-o de x_1 no intervalo de $-30 \leq x \leq 30$ com incremento 0.001.

04º Passo	Crie os pontos $P = (x\_0, f(x\_0))$; $Q = (x\_1, f(x\_1))$, e $O = (x_1, f(x_0))$.
	Descreva o que ocorre com os pontos P e Q, ao mover os controles deslizantes.
05º Passo	Construa a reta tangente passando pelo ponto P.
06º Passo	Construa uma reta secante passando pelos pontos P e Q.
07º Passo	Selecione a ferramenta segmento e construa um triângulo, ligando os segmentos de retas $\overline{OP}$, $\overline{OQ}$ e $\overline{PQ}$.
08º Passo	Determine o ângulo QÔP nesta ordem, para verificar se o triângulo é retângulo em O.
09º Passo	Determine o ângulo $O\hat{P}Q$.
10º Passo	Encontre a tangente do ângulo $O\hat{P}Q$ (na caixa de entrada digite $tg\alpha$).
Ao comparar o valor da tangente do ângulo $O\hat{P}Q$ com o coeficiente angular da reta tangente, o que você conclui?	
10º Passo	Nomeie o segmento $\overline{OP}$ por Δx, e o segmento $\overline{OQ}$ por Δy, determinando seus respectivos comprimentos.
11º Passo	Faça a divisão de Δy por Δx $(\frac{\Delta y}{\Delta x})$. Qual a conclusão?
12º Passo	Com a ferramenta ponto de interseção , determine os pontos de interseção da curva $f(x)$ com o eixo das abscissas e o eixo das ordenadas.
13º Passo	Finalizando a tarefa, salve o arquivo com o nome "Atividade3_tarefa1. ggb".

<u>Com base na construção realizada do GeoGebra, responda:</u>

a) Mova o controle deslizante x_1 e observe o que acontece com o ponto Q.
b) Ao aproximar o ponto Q do ponto P, o que ocorre com a secante em relação à reta tangente?
c) Ao mover o controle deslizante x_1, o que acontece com o coeficiente angular da reta secante em relação ao coeficiente angular da reta tangente?
d) Quando o ponto Q se aproxima do ponto P, o que ocorre com a variação Δx?
e) Calcule a variação de $\frac{\Delta y}{\Delta x}$. Este valor corresponde ao coeficiente angular da reta secante ou da reta tangente? Justifique sua resposta.

f) Podemos concluir que se trata de limite da variação do $\frac{\Delta y}{\Delta x}$? Caso positivo, escreva este limite com base nos conhecimentos estudados na unidade passada, no estudo dos limites de uma função.

g) O que significam, geometricamente, os pontos de interseção encontrados em relação à curva da função $f(x) = 1{,}14 + 3{,}17x - 5{,}17x^2 + 2{,}571x^3$, como $-10 \leq x \leq 10$ com o eixo Ox e Oy?

h Trace a reta normal (reta perpendicular) à reta tangente no ponto P e observe o que ocorre com o produto entre os coeficientes da reta tangente com o coeficiente angular da reta normal.

Faço um comentário detalhado acerca das aprendizagens adquiridas, ao visualizar a construção do gráfico da função $f(x)$ no **GeoGebra**.

Orientações para o(a) professor(a)

Caro(a) colega professor(a)!

É interessante motivar os estudantes a assistirem às videoaulas, pois elas podem ajudá-los nos estudos do cálculo de reta tangente e de reta normal de uma função.

Link: https://www.youtube.com/watch?v=rrYbT3goR7k.

https://www.youtube.com/watch?v=kYIc8JUx3Xo&t=1628s

Atividade 04: Construindo o conceito de derivadas no GeoGebra

Orientações para o(a) professor(a)

Caro(a) colega professor(a), o objetivo deste questionário é:

(i) Construir de forma colaborativa e dinâmica o conceito de função derivada, por meio da representação geométrica da reta tangente, usando as ferramentas do GeoGebra;
(ii) Construir o gráfico da função derivada, ao mover o controle deslizante x_0;
(iii) Ratificar a importância, facilidade e contribuição dos recursos computacionais do GeoGebra, para a construção de conhecimentos matemáticos, por meio da visualização gráfica.

1º Parte da Atividade: Conceituando derivadas no GeoGebra por meio de uma situação-problema.

Tarefa 01: [Adaptada de Ferreira (2009, p. 137)] Um experimento de resposta do feijão $\left({}^{g}/_{vaso}\right)$ a adição de fosfato x, em que $0 \leq x \leq 26{,}56\ ppm$, aproximou-se pela função $g(x) = -0{,}003x^3 + 0{,}0678x^2 + 0{,}061792x + 6{,}7287$.
Construa o gráfico $f(x)$ no software GeoGebra e faça a devida interpretação geométrica da derivada desta função.

ROTEIRO

01º Passo	Abra um arquivo novo.
02º Passo:	Insira a função $g(x) = -0.003x^3 + 0.0678x^2 + 0.061792x + 6.7287$, na caixa de entrada do GeoGebra. **OBS.:** Lembre que, ao inserir as funções na caixa de entrada do GeoGebra, devemos usar ponto no lugar da vírgula.
03º Passo:	Crie um controle deslizante e denomine de x_0 no intervalo de $0 \leq x \leq 30$, com incremento 0.4.
04º Passo:	Crie os pontos $P = (x\_0, g(x\_0))$, mova o controle deslizante x_0, e verifique o que ocorre com o ponto P.
Movimente o controle deslizante e, em seguida, descreva o que ocorre com o ponto P.	
05º Passo:	Use a ferramenta reta tangente  e construa a reta tangente passando pelo ponto P.

06º Passo:	Com a ferramenta inclinação  , determine o valor da inclinação da reta tangente.
07º Passo	Mova o controle deslizante x_0 e descreva o que ocorre com a reta tangente e com seu respectivo valor da inclinação.
08º Passo	Crie o ponto Q, digitando $Q = (x\_0, a)$, onde *"a"* é o valor da inclinação da reta tangente. Em seguida, aperte o botão direito do *mouse*, selecione a opção propriedades e mude a cor do ponto Q, depois habilite Exibir Rastro.
09º Passo	Com o botão direito do *mouse,* clique no controle deslizante x_0 e habilite a animação.
10 º passo	Encontre a derivada da função $g(x)$ no GeoGebra e compare os gráficos da função derivada com o rastro da reta tangente.
Descreva seus comentários ao realizar o 10º passo.	
11º Passo	Finalizando a tarefa, salve o arquivo com o nome "Atividade4_tarefa1. ggb".

<u>Com base na construção realizada do GeoGebra, responda:</u>

a) Quais as grandezas que estão variando para gerar a curva acima? Existe uma correspondência biunívoca entre estas grandezas?
b) O que podemos observar com a animação da construção dos gráficos feitos no GeoGebra?
c) A curva resultante da união dos pontos deixados pelo rastro corresponde ao gráfico de uma função? Justifique sua resposta.
d) O que significa o conjunto de todos os pontos $Q = (x\_0, a)$?

e) Existe uma relação entre a Reta Tangente e a derivada de uma função? Qual?	
12º Passo:	Determine a função derivada de $f(x)$ e compare o gráfico com o rastro formado pelo ponto Q.
Descreva suas aprendizagens ao realizar a tarefa.	
Finalizando a tarefa, salve o arquivo com o nome "Atividade4_tarefa1. ggb".	

Sugestões para o(a) professor(a)

Caro(a) colega professor(a)!

É interessante levar os estudantes a concluírem que a união dos rastros do ponto Q representam os gráficos da função derivada da função $g(x)$. Com base na construção realizada no GeoGebra e nas conclusões feitas com as tarefas, é interessante enunciar a Definição Função derivada a uma curva.

Sugestões para o(a) professor(a)

Caro(a) colega professor(a)!

É importante mostrar algumas das denotações de Derivadas:

$y' = f'(x)$ (*Lê-se:* f' *de* x)

$D_x^{f(x)}$ (*Lê-se: Derivada de y em relação a x*);

D_x^y (*Lê-se: Derivada de y em relação a x*);

$\frac{d_y}{d_x}$ (*Lê-se: Derivada de y em relação a x*).

2º Parte da Atividade: Calculando a derivada de funções $f(x) = ax^n$.

Tarefa 02: Considere as funções $f(x) = 3$; $g(x) = 3x$; $h(x) = 3x^2$ e $t(x) = 3x^3$ definidas no conjunto dos números reais. Construa os gráficos das funções dadas em uma única janela do GeoGebra e responda o que se pede abaixo: i) Encontre no GeoGebra suas respectivas derivadas. ii) Escreva por extenso os passos utilizados para determinar a derivada da função algebricamente.
Finalizando a tarefa, salve o arquivo com o nome "Atividade4_tarefa3. ggb".

Com base na construção realizada do GeoGebra, responda:

a) Encontre a função Derivada da função $f(x)$; em seguida, interprete o resultado encontrado escrevendo por extenso os passos que devemos utilizar para determinar a respectiva derivada.
b) Encontre a função Derivada da função $g(x)$; em seguida, interprete o resultado encontrado escrevendo por extenso os passos que devemos utilizar para determinar a respectiva derivada.
c) Encontre a função Derivada da função $h(x)$**;** em seguida, interprete o resultado encontrado escrevendo por extenso os passos que devemos utilizar para determinar a respectiva derivada.
d) Encontre a função Derivada da função $t(x)$; em seguida, interprete o resultado encontrado escrevendo por extenso os passos que devemos utilizar para determinar a respectiva derivada.
e) Com base nas tarefas acima, escreva o que ocorre com a derivada da função $f(x) = ax^n$ com $a \in R$ e $n \in N$.
Descreva detalhadamente as contribuições do GeoGebra para o desenvolvimento da tarefa.

Sugestões para o(a) professor(a)

Caro(a) colega professor(a)!

Assista e incentive os estudantes a assistirem às videoaulas sobre as propriedades de derivação, pois elas ajudam a entender melhor as regras de derivação. Link:

1) https://www.youtube.com/watch?v=pobHKCKWP4I

2) https://www.youtube.com/watch?v=LGjtwyatXtI&t=31s

Atividade 05: Conceito de velocidade instantânea e aceleração instantânea no GeoGebra

A derivada é utilizada para o estudo de taxas variáveis de muitas grandezas físicas. Um exemplo *disso é a taxa de variação da posição de um móvel com relação ao tempo, isto é, sua velocidade instantânea é uma derivada. Outro exemplo é a aceleração instantânea que é a derivada da velocidade instantânea. De modo geral, ela nos permite aplicar os conhecimentos em grandezas desde que sejam representadas por meio de funções***.**

Orientações para o(a) professor(a)

Caro(a) colega professor(a), os ***objetivos desta Atividade são:***

(i) Estudar a aplicação da derivada para conceituar velocidade instantânea e aceleração instantânea, por meio da taxa de variação da função horária do espaço percorrido pelo tempo gasto;
(ii) Construir o conceito de derivada de uma curva $y = f(x)$ em um ponto, por meio da construção do gráfico;
(iii) Analisar analiticamente o coeficiente angular de reta tangente à função;
(iv) Usar o GeoGebra para determinar a primeira e a segunda derivada de

Tarefa 01: Num experimento realizado no laboratório de Física do IF Baiano – *Campus* Guanambi, nas aulas de Física, ministradas pelo professor Dr. Nelson Gentil, para estudantes do 2º semestre do Curso de Engenharia Agronômica, verificou-se que uma partícula se move em linha reta, de modo que sua posição no instante "t" é dada pela função s(t), definida por $s(t) = -2t^3 + 7t^2 - 3$, onde "t" é dado em segundos e "s" em metros. Com base nas informações da situação-problema relatada, construa um arquivo no GeoGebra, preencha os quadros a seguir e responda às questões abaixo.

1ª parte: Construindo o conceito de velocidade instantânea no GeoGebra

01º Passo	Abra um arquivo novo.
02º Passo	Insira a função horária do espaço $s(t) = -2t^3 + 7t^2 - 3$.
03º Passo	Crie um controle deslizante nomeado de "a", tendo como valor mínimo 0, máximo 4 e incremento 0.5.
04º Passo	Crie o ponto $P = (a, s(a))$.
05º Passo	Construa uma reta tangente à curva $s(t)$, passando pelo ponto P.
06º Passo	Indique a inclinação da reta e renomeie de m.
07º Passo	Na caixa de entrada, insira o ponto $Q = (a, m)$. Com o botão direito do *mouse* no ponto Q, habilite seu rastro.

08º Passo	Movimente o parâmetro "a" com a opção mover e observe os pontos obtidos com seus rastros.
09º Passo	Complete o **Quadro 01** da relação entre os pontos da função horário do espaço $s(t) = -2t^3 + 7t^2 - 3$ e os pontos formados pelos rastros por Q = (a, m).
10º Passo	Finalizando a tarefa, salve o arquivo com o nome "Atividade5_tarefa1. ggb".

Quadro 01: Relação entre os pontos da função $s(t) = -2t^3 + 7t^2 - 3$ e os pontos formados rastros do por Q = (a, m).

Instante	Ponto $P(a, s(a))$ que representa a interseção entre a reta tangente t e a função $s(t)$	Valor do coeficiente angular (m) da reta tangente t_1	Equação da Reta Tangente t_1 à função $s(t)$	Ponto Q = (a, m) da função $s(t)$	Velocidade instantânea $(^m/_s)$
0s					
0.5s					
1s					
1,5s					
2s					
2,5					
3s					
3,5s					
4s					

Com base na construção no GeoGebra e observando o Quadro 01, responda:

a) O que significa o valor do coeficiente angular m da reta tangente t no problema em questão?
b) Quando o coeficiente angular m é positivo, o que significa a reta tangente e a velocidade instantânea?
c) Quando o coeficiente angular m é negativo, que significa a reta tangente e a velocidade instantânea?
d) Quando o coeficiente angular m é nulo, o que significa a reta tangente e a velocidade instantânea?
e) Encontre a derivada da função horária $s(t)$.

f) O que você entendeu da tarefa desenvolvida, ao observar o rastro do ponto Q?

<u>2ª parte: Construindo o conceito de aceleração instantânea no GeoGebra</u>

Obs.: Continue no mesmo arquivo do GeoGebra para desenvolver a 2º parte da atividade.

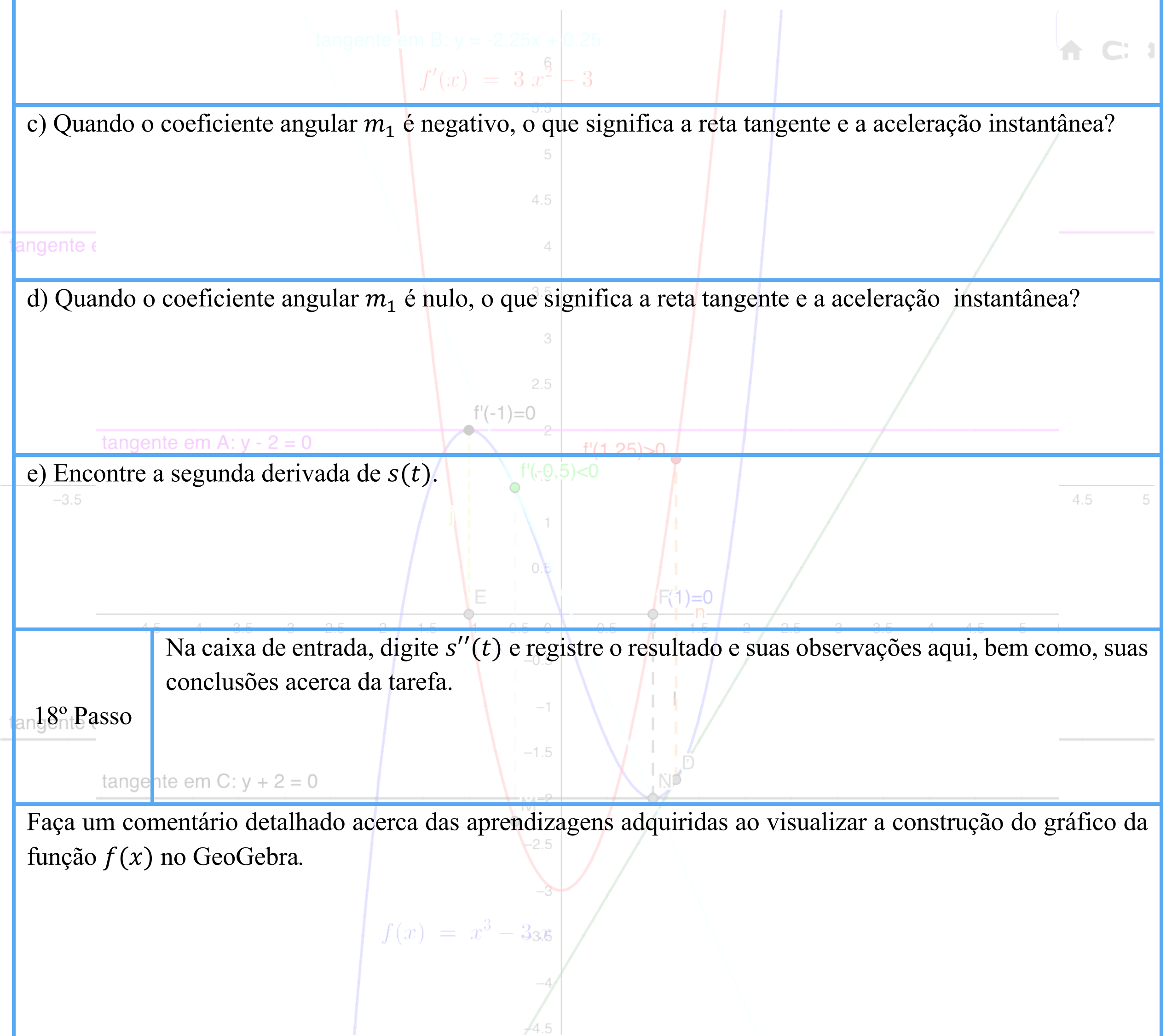
11º Passo	Na janela de álgebra, desabilite o ponto P, a reta tangente, o ponto Q e a inclinação da reta tangente m.
12º Passo	Na caixa de entrada digite P_1=(a, s'(a)), com o botão direito mude a cor de sua preferência.
13º Passo	Construa a reta tangente passando pelo ponto P_1.
14º Passo	Determine a inclinação da reta tangente "t_1". Em seguida, o renomeie para m_1.
15º Passo	Crie o ponto Q_1 = (a, m_1). Com o botão direito do *mouse* no ponto Q_1, habilite seu rastro e mude sua cor.
16º Passo	Movimente o parâmetro a com a opção mover e observe os pontos obtidos com rastros do ponto Q_1 = (a, m_1).
17º Passo	Complete a Quadro 02 da Relação entre os pontos da função $s(t) = -2t^3 + 7t^2 - 3$ e os pontos formados pelos rastros Q_1 = (a, m_1).

Quadro 02 – Relação entre os pontos da função $s'(t) = -6t^2 + 14t$ e os pontos formados pelos rastros do por Q = (a, m_1).

Instante	Ponto P(a,s'(a)) que representa a interseção entre a reta tangente t e a função s''(t)	Valor do coeficiente angular da reta tangente t	Equação da Reta Tangente t à função s'(t)	Ponto $Q(a\ ;\ m_1)$ da função s'(t)	Aceleração instantânea (m/s^2)
0s					
0.5s					
1s					
1,5s					
2s					
2,5					
3s					
3,5s					
4s					

<u>Com base na construção no GeoGebra e observando a Quadro 02, responda:</u>

a) O que significa o valor do coeficiente angular m_1 da reta tangente “t”, no problema em questão?	
b) Quando o coeficiente angular m_1 é positivo, o que significa a reta tangente e a aceleração instantânea?	
c) Quando o coeficiente angular m_1 é negativo, o que significa a reta tangente e a aceleração instantânea?	
d) Quando o coeficiente angular m_1 é nulo, o que significa a reta tangente e a aceleração instantânea?	
e) Encontre a segunda derivada de $s(t)$.	
18º Passo	Na caixa de entrada, digite $s''(t)$ e registre o resultado e suas observações aqui, bem como, suas conclusões acerca da tarefa.
Faça um comentário detalhado acerca das aprendizagens adquiridas ao visualizar a construção do gráfico da função $f(x)$ no GeoGebra.	



Sugestões para o(a) professor(a) de Cálculo:

Caro(a) colega professor(a)!

É importante incentivar os estudantes a assistirem à videoaula sobre o teste da primeira e da segunda derivadas para o cálculo de ponto de máximo e de mínimo de funções e intervalos de crescimento de decrescimento de uma função.

(i) https://www.google.com/search?q=teste+da+derivada+segunda+para+ponto+de+m%C3%A1ximo+e+m%C3%ADnimo&source=lnms&tbm=vid&sa=X&ved=2ahUKEwj15Y7PgIT-AhXRELkGHVNYD8oQ_AUoAXoECAEQAw&biw=1440&bih=821&dpr=2#fpstate=ive&vld=cid:fa4e78d3,vid:PMOEMs00Jz4

(ii) https://www.youtube.com/watch?v=FMp4klLrREo

.

Caro(a) colega professor(a)!

O professor deve enunciar que a derivada da função horária é a velocidade instantânea, dada por $v(t_0) = s'(t) = \lim_{\Delta t \to o} \frac{\Delta s}{\Delta t}$, *salientando também que a derivada da velocidade instantânea é a aceleração em um dado instante* $a(t) = v'(t_0) = \lim_{\Delta t \to o} \frac{\Delta v}{\Delta t}$, *ou seja,* $s''(t) = a(t)$.

Caro(a) colega professor(a)!

Incentive os estudantes a retomarem os conceitos de:

i) *Movimento é progressivo* $(v > 0)$ *e o movimento é retrógrado* $(v < 0)$;

ii) Movimento acelerado $(a > 0)$; *movimento retardado* $(a < 0)$ *e movimento uniforme* $(a = 0)$.

Esses conceitos são importantes para o bom entendimento desta atividade.

Atividade 06: Resolvendo situações-problema por meio das derivadas de funções reais

Orientações para o(a) professor(a)

Caro(a) colega professor(a), os objetivos da atividade são:

(i) Resolver situações-problema que envolvem derivadas de funções reais;
(ii) Estudar ponto de máximo e de mínimo de uma função, para resolver problemas de derivadas;
(iii) Destacar a importância de estudar derivadas para resolver problemas da vida profissional dos estudantes da Engenharia Agronômica;
(iv) Usar as ferramentas do GeoGebra para construir os gráficos das funções e conferir os resultados encontrados.

Tarefa 01

(Adaptada de Sviercoski (1999)) Em um estudo para determinar o efeito cumulativo dos diferentes sistemas de agricultura sobre densidade volumétrica do solo em (mg/m^2), próximo à superfície, $0 \leq x \leq 0{,}5$ (m) tem-se:
Solo arado: $f(x) = 1{,}21 + 2{,}95x - 11{,}66x^2 + 15{,}98x^3$
Solo coberto com restolho: $g(x) = 1{,}23 + 1{,}5x - 3{,}56x^2 +,.04x^3$
Solo coberto sem cultivo: $h(x) = 1{,}14 + 3{,}175x - 17{,}05x^2 + 25{,}71x^3$

Calcule a taxa de variação de densidade volumétrica dos três tipos de solos para superfície de $0{,}3m$ e responda: qual solo apresenta a maior taxa de variação?

Descreva os passos desenvolvidos para executar a tarefa.

Obs.: Verifique os resultados encontrados usando o GeoGebra.

Tarefa 02

Uma empresa de produtos agrícolas vende determinado tipo de fungicida (agentes físicos, químicos ou biológicos que combatem fungos causadores de doenças nas plantas) pelo preço de $R\$$ 90,00 o galão de 3 $litros$. Se o custo de certo lote deste Fungicida é descrito pela função custo dada por $C(x) = 0{,}4x^2 + 30x + 1500$, o galão de 3 litros.
Obs.: Lembre que a função lucro é dado por: $L(x) = R(x) - C(x)$

Como base no contexto da tarefa, calcule:
a) O número de "x" de litros de fungicida, a serem produzidos e vendidos para que se obtenha o lucro máximo.

b) Qual o lucro máximo?

d) Descreva os passos desenvolvidos para executar a tarefa.

e) Construa e analise o gráfico que modela esta situação-problema.

Obs.: Verifique os resultados encontrados usando o GeoGebra.

Tarefa 03

Recomendações da adubação para o plantio de cereais

Estudos recomendam a adubação para basicamente todas as culturas, tendo um valor necessário de cada nutriente para cada cultura, o que pode variar a depender do solo, da cultura a ser utilizado o adubo, entre outros fatores. Portanto, para uma boa produtividade na lavoura de feijão, a adubação é essencial, pois o uso de fertilizantes é uma das principais fontes de reposição nutricional do solo, para o sistema de produção, visando satisfazer as necessidades nutricionais da cultura.

Dentre os adubos utilizados na reposição de nutrientes da lavoura do feijão, podemos citar o fósforo (P), que pode contribuir para o aumento da produtividade, uma vez que pode favorecer o aumento da massa seca nos vasos (plantas) onde a dosagem for maior. Logo, pode-se entender que o fosfato está inteiramente ligado à produção de matéria seca e contribui para o aumento de peso no material mensurado, ou seja, aumento da produtividade do feijão. Com base nas informações acima, Ferreira (1999, p. 144 -145) enuncia a seguinte situação-problema, baseado nos experimentos realizados por Alvarez (1985).

Considerando a produção de matéria seca de feijão $f(x)$ $(g/vaso)$ em função da dose de fósforo x $(ppm), em\ que\ 0 \leq x \leq 230$ por: $f(x) = 6{,}575 + 0{,}0788x - 0{,}000174x^2$.

a) Encontre a dose de fosfato que dá a produção máxima e a quantidade em gramas por vasos do feijão.

b) Descreva os passos desenvolvidos para executar a tarefa.

c) Construa e analise o gráfico que modela esta situação-problema.

Obs.: Verifique os resultados encontrados usando o GeoGebra.

Tarefa 04

O pequeno produtor de cacau Fabiano da Silva, na cidade de Camacan, localizado na região sul da Bahia, determinou em conjunto com seu filho Sérgio Mirando da Silva, Engenheiro Agrônomo que, para vender "s" sacos de cacau, seu preço por saca deve ser dado pela função $P_S = 6600 - 0{,}002s^2$. Eles determinaram ainda que o custo de produção de s sacos do cacau será dado pela função C_S = 800 + 600s.

Como base nas informações da situação-problema, determine:

a) Qual fórmula da função receita?

b) Qual a fórmula da função lucro?

c) Quantos sacos de cacau devem ser vendidos para obter o lucro máximo?

c) Qual o lucro máximo?

d) Descreva os passos desenvolvidos para executar a tarefa.

f) Construa e analise o gráfico que modela esta situação-problema.

Obs.: Verifique os resultados encontrados usando o GeoGebra.

Tarefa 05	João Santana, Engenheiro Agrônomo de uma fazenda de café do extremo sul baiano, localizado no município de Itamaraju, realizou um estudo acerca do custo de produção de café da variedade *Conilon*, onde constatou que o custo de produção pode ser descrito por $C(x) = 0{,}1x^3 + 310x + 150$ por saca produzida. Sabendo que a saca de café é vendida por $R\$\ 790{,}00$, calcule:

a) O número “x” de sacas de café *conilon* a serem produzidas e vendidas, para que se os proprietários da fazenda tenham o lucro máximo.

b) O lucro máximo para esta produção de café *Conilon*.
OBS.: Lembre-se de que o lucro máximo $L(x) = R(x) - C(x)$.

c) Descreva os passos desenvolvidos para executar a tarefa.

d) Construa e analise o gráfico que modela esta situação-problema.

Obs.: Verifique os resultados encontrados usando o GeoGebra.

Texto informativo para a resolução da Tarefa 06

Engorda de boi a pasto: tire suas dúvidas

Engorda de boi a pasto é ótima opção para pequenos e médios produtores. Foto: Reprodução *Internet.*

A Boi Saúde, sempre preocupada em promover informações para garantir o crescimento sadio da agropecuária brasileira, tira as principais dúvidas sobre engorda de boi a pasto. O sistema a pasto é muito utilizado no Brasil, apesar do confinamento estar crescendo a cada ano. Manter o gado no pasto para ganhar peso ainda é a forma mais utilizada pelos produtores, principalmente, os pequenos.
Agora, vamos às respostas das principais dúvidas sobre o assunto:
Sistema
Qual a vantagem entre a engorda de boi a pasto e o confinamento? A engorda de boi a pasto pode ser feita em propriedades de todos os tamanhos. Tem a vantagem de se fazer desde o nascimento da cria até a terminação.
Qual o tempo de engorda de boi a pasto? Todo o processo dura 18 meses. O descarte do animal é realizado aos 20 meses.
Existe algum número ideal de animais no mesmo pasto? Existe sim, não apenas pela eficácia na nutrição. Mas também, com foco na proteção dos animais. Por viverem em grupos, os bovinos são liderados sempre por um animal. E, algumas vezes, podem acontecer brigas e conflitos por hierarquia e também pelo domínio do território. Então, manter o número de 100 animais por lote é o ideal.
Como devo iniciar o sistema de engorda de boi a pasto? O ideal é iniciar no período das águas, entre setembro e outubro. Dessa forma, os animais não passarão por dois períodos de seca. Apenas um, o que evita a perda de peso. Ainda, estarão livres de doenças que acometem o gado como parasitas. Saiba mais:

Engorda de boi a pasto

Quanto de peso o boi ganha por dia? Geralmente, o ganho de peso por animal ao dia é de 1,5 kg.
Qual o ganho de peso mensal por animal? O produtor pode monitorar o ganho de 50 kg por mês. Porém, vários fatores influenciam: clima, pastagem, alimentação, manejo, suplementos.
Devo fazer pasto rotacionado? Sim. É a melhor forma de oferecer um pasto com nutrientes o ano todo, devido à conservação do alto teor nutricional do capim encontrado na sua propriedade. O descanso, de pelo menos 30 dias de cada piquete, é fundamental para que o seu gado usufrua o pastejo rotacionado da melhor forma possível. Assim, o produtor terá o retorno financeiro esperado, a partir do aumento da produção de leite e de peso no gado de corte.

Quais raças são as ideais para o pasto? Nelore, Gir, Tabapuã, Guzerá e Sindi estão entre as mais utilizadas no Brasil. Todas têm facilidade e os resultados são promissores.

A reportagem abaixo, da revista eletrônica Boi Saúde – Pecuária Inteligente, disponível em: https://dicas.boisaude.com.br/engorda-de-boi-a-pasto/#:~:text=Quanto%20de%20peso%20o%20boi,%C3%A9%20de%201%2C5%20Kg, acessado em 25 de junho de 2021, apresenta algumas dicas e informações para pecuaristas, conforme segue.

Com base nas informações acima, resolva a tarefa abaixo:

Tarefa 06

Em uma visita técnica com os estudantes do Curso de Bacharelado em Engenharia Agronômica do **IF Baiano** – *Campus* Teixeira de Freitas, na cidade de Itanhém, a professora Dra. Maria José Silva da disciplina de Bovinocultura, verificou que o fazendeiro tem 400 bois, cada um pesando 18 arrobas e que até o momento ele já gastou R$400.000,00, para criar os bois e continuará gastando R$3,00 por dia, para manter cada boi. Usando o crescimento diário conforme a reportagem e sabendo que o preço de venda, hoje, é de R$20,00 o quilo, mas que o preço cai 8 centavos por dia:

OBS: É importante salientar que uma arroba corresponde a 15 kg para o boi abatido e quando se trata do boi vivo é comercializado como $30kg$.

a) Determine quantos dias o fazendeiro deverá aguardar para ter o maior lucro possível?

b) Qual o lucro máximo neste período?

c) Descreva os passos desenvolvidos para executar a tarefa.

d) Construa e analise o gráfico que modela esta situação-problema.

Obs.: Verifique os resultados encontrados usando o GeoGebra.

Faça um comentário detalhado acerca das aprendizagens adquiridas ao realizar a tarefa. Descreva as contribuições que o **GeoGebra** lhe proporcionou na resolução das situações-problema.

Orientações para o(a) professor(a)

Caro(a) colega professor(a)!

Durante a exploração desta atividade, é importante retomar os conceitos dos testes da derivada primeira e segunda, para determinar: ponto de máximo e/ou de mínimo; ponto de inflexão; intervalos de crescimento e decrescimento de funções; concavidade da parábola (para cima e/ou para baixo); além de enfatizar a importância da resolução de situações-problemas para a aprendizagem significativa das derivadas de funções reais.

Vale ressaltar a importância de utilizar as ferramentas e os recursos do GeoGebra, para auxiliar na construção dos gráficos e nos cálculos algébricos, por meio da visualização propiciada por este software.

Atividade 07: Revisão de conhecimentos estudados

Orientação para o(a) professor(a)

Caro(a) colega professor(a), esta atividade visa:

Revisar os conceitos estudados por meio da resolução de situações-problemas que envolvem derivadas de funções reais;
Usar o GeoGebra como ferramenta auxiliar, para ratificar os resultados encontrados nas tarefas;
Ratificar a importância de estudar derivadas, para resolver problemas da vida profissional dos estudantes da Engenharia Agronômica.

Tarefa 01: Visando à limpeza do reservatório de água do Setor de Avicultura do IF Baiano – *Campus* Teixeira de Freitas, os coordenadores de área, juntamente com dois colaboradores, esvaziaram o reservatório. A quantidade de água no reservatório, em litros, $t\ horas$, após o escoamento ter começado é dada por $V(t) = 87t^2 - 6090t + 106575$.

Calcule:

a) A taxa de variação do volume da água, após 8 horas de escoamento.

b) A quantidade de água que sai do reservatório, nas primeiras 5 horas de escoamento.

c) Qual a quantidade de água que saiu durante a quarta hora?

d) Descreva os passos desenvolvidos para resolver a tarefa.

Obs.: Verifique os resultados encontrados usando o GeoGebra.

Custo marginal

Seja $C(x)$ a função que determina o custo de produção de $x\ unidades$ de um produto, chama-se de Custo Marginal (C_{mg}) a derivada (C_{mg}'). Portanto, o custo marginal é aproximadamente igual à variação do custo, decorrente da produção de uma unidade adicional a partir de $x\ unidades$.

Caro estudante, para compreender melhor o conceito abordado é interessante que assista as videoaulas:

https://www.youtube.com/watch?app=desktop&v=BRuw363u3Xw

https://www.youtube.com/watch?v=KHojGvrRzlk&t=326s

Tarefa 02: Os proprietários da Fazenda Santa Clara mandaram o Engenheiro Agrônomo Frederico da Silva realizar um estudo, o qual determinou que o custo, em reais, para produzir $x\ unidades$ toneladas de melancia é dado por $C(q) = \frac{1}{3}q^3 - 25q^2 + 400q + 6000$.

a) Obtenha a função Custo Marginal.

b) Obtenha o custo marginal aos níveis $q = 50$, $q = 100$ e $q = 150$, explicando seus significados.

c) Calculam-se os custos de 100 e de 101 peças. Depois, faz-se a subtração dos valores encontrados $C_{mg}(101) - C_{mg}(100)$; em seguida, calcule o custo marginal de produção de 101. Compare $C_{mg}(101) - C_{mg}(100)$ com $C'_{mg}(101)$ e interprete o resultado encontrado.

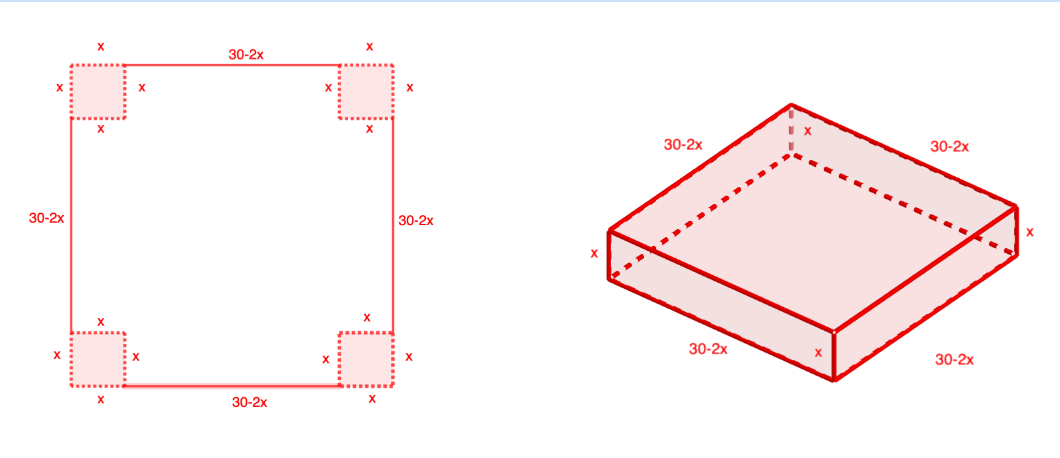
d) Descreva os passos desenvolvidos para resolver a tarefa.

Obs.: Verifique os resultados encontrados usando o GeoGebra.

Tarefa 03: Suponha que $f(x)$ =1200+6,2x−0,015x^2 seja a equação da produção de milho em Kg/ha, obtida em função da quantidade x de fertilizantes fosfato adicionado ao solo (por exemplo x pode ser expresso em $Kg\ de\ P_2O_5\ por\ hectare$). De acordo com esta função para x = 50Kg/ha tem-se y = 1.472,5 kg/ha. A partir dessa quantidade, se for adicionado mais um quilograma por hectare de nutriente, qual é o aumento de produção que se pode prever? Descreva os passos desenvolvidos para resolver a tarefa.

Obs.: Verifique os resultados encontrados usando o GeoGebra.

Tarefa 04: Diante das informações acima, um produtor de *Lichia* da cidade de Vereda, localizada na microrregiãode Teixeira de Freitas quer construir uma caixa sem tampa que vai ser manufaturada a partir de um pedaço de papelão de 30 por 30 polegadas. Quais são as dimensões que produzirão uma caixa com o volume máximo?



Obs.: Verifique os resultados encontrados usando o GeoGebra.

Tarefa 05: Um produtor observou que a produção de vegetais, em função da quantidade de sementes "s" colocada na cova, é dada pela função $P(s) = -s^3+9s^2-3\ Kg/ha$. Com base nessa informação, responda:

a) O intervalo no qual há um crescimento e um decrescimento na produção de vegetais, por meio da representação gráfica da situação em questão. Justifique sua resposta.

b) Crie um ponto dinâmico no **GeoGebra** mostrando o crescimento e o decrescimento de $P(s)$.

c) Calcule a produção marginal em $s=5$ *e em* $s=10$.

d) Para qual quantidade de sementes a produção é nula?

e) Descreva os passos desenvolvidos para resolver a tarefa.

Obs.: Verifique os resultados encontrados usando o GeoGebra.

Sugestão para o(a) professor(a)

Caro(a) colega professor(a)!

É interessante incentivar os estudantes a resolverem as tarefas proposta nesta atividade de revisão; a verificarem os resultados encontrados ao realizarem a tarefa no GeoGebra, como também, associarem os diversos registros de representação (algébrico, gráfico e na linguagem materna) dos objetivos matemáticos abordados nas tarefas. Tais associações podem favorecer a Aprendizagem Significativa dos conceitos de derivadas de funções reais.

Atividade 08: Avaliação de aprendizagem

Orientação para o(a) professor(a)

Caro(a) colega professor(a), o objetivo desta atividade é:

Evidenciar/ratificar indícios de aprendizagem significativa, no que diz respeito aos conceitos de derivada de funções reais, por meio da resolução de situações-problema.

Tarefas 01

O professor de Física Paulo Santana, ao realizar um experimento no Laboratório do IF Baiano *Campus* Teixeira de Freitas, verificou que o movimento de uma partícula é dado pela equação $s(t) = t^3 + 5t$, sendo s em metros e t em segundos. Com base nas informações do problema, o professor solicitou aos estudantes do curso de Engenharia Agronômica que determinem:

a) Qual a distância percorrida pela partícula no instante $t = 10s$?
b) Qual a expressão matemática que expressa a velocidade instantânea da partícula?
c) Qual a velocidade instantânea em $t = 10s$?
c) Qual a expressão matemática que representa a aceleração instantânea da partícula?
e) Qual a aceleração instantânea da partícula quando $t = 10s$?

Descreva o passo a passo que você percorreu para desenvolver a tarefa.

Tarefas 02

A produção de feijão no Oeste da Bahia e no Brasil

Segundo o relatório Perspectivas Agrícolas 2015-2024, elaborado conjuntamente pela Organização das nações Unidas para a Alimentação e Agricultura (FAO) e a Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), com contribuição do Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento (Mapa) e da Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária (Embrapa), o Brasil já é o segundo maior fornecedor mundial de alimentos e é uma das poucas fronteiras agrícolas onde é possível a ampliação de área sem novas derrubadas de florestas, graças à recuperação de pastagens degradadas e à maior integração dos sistemas agrícolas e pecuária.

A regionalização e a delimitação territorial dos polos agrícolas constituem indicadores que, indiretamente, fomentam a presente análise, enfocando os cinco principais municípios produtores de feijão no Oeste do Estado da Bahia, ou seja, Barreiras, Correntina, Jaborandi, Luís Eduardo Magalhães e São Desidério, por estarem circunscritos na última fronteira agrícola do país, ou seja, no complexo Matopiba.

Segundo a Embrapa (www.embrapa.br/gite/projetos/matopiba/index.html), a região Matopiba é assim chamada por estar na confluência dos Estados do Maranhão, Tocantins, Piauí e Bahia, totalizando cerca de 57,7 milhões de hectares. Tal região não abrange a totalidade dos quatro estados, estando constituída pelas regiões Sul do Maranhão, Leste de Tocantins, Sul do Piauí e Oeste da Bahia.

Parte do artigo disponível em: https://ainfo.cnptia.embrapa.br/digital/bitstream/item/140699/1/CNPAF-2015-ofs.pdf.

O texto acima é para contextualizar a importância do Brasil na produção de alimentos para o mundo.

O produtor de feijão carioca Zequinha Duarte da cidade de Barreiras, no oeste baiano, determinou em conjunto com o Engenheiro Agrônomo Carlos Pacheco Miranda Sá, que para vender “s” sacos de feijão carioca, seu preço por saco deve ser dado pela função $P_s = 3500 - s$. Eles determinaram, ainda, que para o custo de produção de “s” sacos do feijão carioca será dado pela função $C_s = 5000 + 300s$.

Com base nas informações da situação-problema determine:

a) Qual a fórmula matemática da função Receita (R_s)?

b) Qual a fórmula matemática da função Lucro(L_s)?

c) Quantos sacos de feijão carioca devem ser vendidos para obter o lucro máximo?

d) Qual o valor do lucro máximo?

Descreva os processos que você percorreu para desenvolver a tarefa.

Tarefas 03

Um veterinário realizou um estudo sobre caprinos e verificou que o suor expelido (em mililitros (ml)) por uma cabra após t horas é dado pela função ajustada $s(t) = -t^3 + t^2 + 30t$, quando $0 \leq t \leq 15$, sendo t em horas. Qual é a taxa de variação do suor que a cabra expele durante a quinta hora?

Descreva o passo a passo que você percorreu para desenvolver a tarefa.

Tarefas 04

Em um aviário foi detectada uma epidemia sistêmica e maléfica. O Agrônomo responsável pela produção de frango neste aviário calculou que o número de aves atingidas pela epidemia depois de t dias pode ser calculada pela função $P(t) = -t^3 + 108t$.

Determine:

a) Qual a taxa de variação da expansão da epidemia depois de quatro dias?

b) O que significa esta taxa de variação?

Descreva os processos que você percorreu para desenvolver a tarefa.

Tarefas 05

Um produto agrícola da região de Juerana, distrito do município de Caravelas, realizou um estudo em relação ao custo de produção de mamão, em conjunto com o Engenheiro Agrônomo de sua propriedade. Neste estudo, verificou que o custo de produção de $x\ caixas$ de mamão é dado pelo modelo matemático $C(x) = 0{,}01x^3 - 0{,}6x^2 + 350x + 100$.

Determine:

a) O custo marginal ($C_{mg}(x)$.

b) O custo marginal para a produção de 100 caixas de mamão.

c) Os custos de 150 e de 151 caixas de mamão. Depois, faz-se a subtração dos valores encontrados $C_{mg}(151) - C_{mg}(150)$; em seguida, calcula-se o custo marginal de produção de 151. Compare $C_{mg}(151) - C_{mg}(150)$ com $C'_{mg}(101)$ e interprete o resultado encontrado.

Descreva o passo a passo que você percorreu para desenvolver a tarefa.

6. ALGUMAS CONSIDERAÇÕES ACERCA DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Nas explorações da SD, foi possível verificar que as atividades propostas aguçaram a curiosidade e o interesse da maioria dos estudantes em aprender Cálculo de forma interativa e experimental, por meio do uso de ferramentas e recursos do GeoGebra. Eles destacaram, também, que, por meio das atividades propostas, conseguiram compreender o conceito de derivada de funções reais, como taxa de variação entre grandezas, bem como salientaram que, ao resolver situações-problemas relacionadas ao seu curso de formação, é possível verificar a importância e a aplicação de conceitos matemáticos na vida cotidiana e profissional.

Vale destacar que, inicialmente, um número pequeno de estudantes demonstrou certa resistência em usar o GeoGebra para aprender Cálculo. Verificamos que foi por não conhecerem o software e por falta de hábito/familiarização no uso do GeoGebra para estudar Matemática. Esta observação ratifica nossas percepções no que tange à necessidade de criar costumes/habilidades desde a Educação Básica, para mediar os processos de ensino e de aprendizagem de conteúdos matemáticos por meio do GeoGebra e/ou outro software de matemática.

Constatamos, também, que esta SD apresenta aspectos de um material potencialmente significativo, uma vez que muitos estudantes salientaram que o GeoGebra agiliza os cálculos e facilita a aprendizagem de forma dinâmica e interativa, além de relacionar e integralizar o conceito de derivada com outros conhecimentos preexistentes em sua estrutura cognitiva. Vale salientar que foi possível identificar, ainda, algumas características de uma SD mediada pelo uso do GeoGebra que podem favorecer a aquisição e a construção de conhecimentos com estudantes do CEA do IF Baiano – Campus Teixeira de Freitas, proporcionando indícios de aprendizagem significativa das derivadas de funções reais. Com base nessas constatações, esperamos que este material possa auxiliar os leitores, nos processos de ensinar e de aprender as derivadas de funções reais com significado.

Salientamos que a SD deste PE é o resultado final, depois da validação dos professores de Matemática e/ou de Cálculo e das explorações com duas turmas de estudantes do CEA, matriculados no componente curricular CDI. Deste modo, acreditamos que este PE esteja validado para ser reexplorado com outros estudantes.

7. REFERÊNCIAS

AUSUBEL, David Paul. **Aquisição e retenção de conhecimentos**: uma perspetiva cognitiva. Plátano Edições Técnicas Lisboa, Distribuição: Paralelo Editora LTDA 2003.

AUSUBEL, David Paul; NOVAK, Joseph Donald e HANESIAN, Helen. ***Educational psychology:*** *a cognitive view*. 2nd ed. New York: Holt Rinehart, and Winston, 1978. 190 p.

AUSUBEL, David Paul. ***Educational psychology****: a cognitive view*. Nova York: Holt, Rinehart and Winston, 1968.

AUSUBEL, David Paul. ***The psychology of meaningful verbal learning***. New York, Grune and Stratton, 1963.

BORBA, Marcelo Carvalho; SILVA, Ricardo Scucuglia Rodrigues; GADANIDIS, George. **Fase das Tecnologias digitais em educação matemática**: sala de aula e internet em movimento / Marcelo de Carvalho Borba, Ricardo Scucuglia Rodrigues da Silva, George Gadanidis. – 3. Ed. – Belo Horizonte: Autêntica, 2020. – (Tendências em educação matemática / coordenação de Marcelo de Carvalho Borba).

DENARDI, Vânia Bolzan. **Contribuições das representações semióticas para compreensão de conceitos fundamentais para o cálculo diferencial e integral por alunos de um curso de licenciatura em matemática**. Tese de Doutorado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Franciscana (UFN), Santa Maria/RS, 2019. Disponível em:< http://www.tede.universidadefranciscana.edu.br:8080/bitstream/UFN-BDTD/723/5/Tese_VaniaBolzanDenardi.pdf> Acesso em 20 de maio de 2020

HUETE, Juan Carlos Sánchez; BRAVO, José Antonio Fernández. **O ensino da matemática**: fundamentos teóricos e bases psicopedagógicas. Porto Alegre: Artmed, 2006. Tradução Ernani Rosa.

KALINKE, Marco Aurélio. **Tecnologias no ensino**: a linguagem matemática na web / Marco Aurélio Kalinke. – Curitiba, PR: CRV, 2014.

KENSKI, V. M. **Educação e Tecnologias**: o novo ritmo da informação. 8. ed. Campinas: Papirus, 2012.

MENEGHELLI, Juliana; CARDOZO, Dionei; POSSAMAI, Julian Poffo; SILVA, Clotilde da Silva. **Metodologia de resolução de problemas**: concepções e estratégias de ensino. R. bras. Ens. Ci. Tecnol., Ponta Grossa, v. 11, n. 3, p. 211-231, set./dez. 2018. Disponível em: < file:///C:/Users/josel/Downloads/ Metodologia_de_resolucao_de_problemas_concepcoes_e. pdf >. Acessado em 19 de nov. de 2021.

MOREIRA, Marco Antonio. **Teorias da aprendizagem**. São Paulo: E. P. U, 1999.

MOREIRA, Marco Antonio; CABALLERO, María Concesa; RODRÍGUEZ, María Luz. **Actas del Encuentro Internacional sobre el Aprendizaje Significativo**. Burgos, España. pp. 19-44. Disponível em: < https://www. if. ufrgs. br/~moreira/apsigsubport. pdf >. Acessando em 09 de nov. de 2021.

OGEOGEBRA ARQUIVOS, Texto 1 - Interface e Ferramentas. Disponível em <https://ogeogebra.com.br/site/textos.php>. Acessado em 23 de nov. de 2021.

SANTOS, José Alex Soares. **Teorias da Aprendizagem**: Comportamentalista, Cognitivista e Humanista. Revista Científica Sigma. Instituto de Ensino Superior do Amapá. v.2, n.2. abr./mai./jun. 2006. Macapá: IESAP, 2006. Trimestral ISSN 1980-0207. Disponível em: <https://www.alex.pro.br/teorias_aprend3.pdf>. Acessado em 21 de out. de 2020.

SILVA, Armando Paulo da. **A Modalidade EAD Semipresencial e a Disciplina de Cálculo Diferencial e Integral**. Tese de Doutorado da Faculdade de Ciências - *Câmpus* de Bauru, do Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência da UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JÚLIO DE MESQUITA FILHO" (UNESP), Bauru / SP, 2017. Disponível em:< https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/148813/silva_ap_dr_bauru.pdf?sequence=3&isAllowed=y> Acesso em 27 de mar. de 2020.

SVIERCOSKI, Rosangela Ferreira. **Matemática aplicada às ciências agrárias**. Viçosa: Editora UFV, 1998, 333p.

ZABALA, Atoni. **A Prática Educativa: como ensinar**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

Sobre os autores

Joselito da Silva Bispo, doutor em Ensino de Ciências Exatas (UNIVATES), Lajeado/RS. Mestre em Educação Matemática pela Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC), Ilhéus/BA. Especialista em Matemática e Estatística pela Universidade Federal de Lavras (UFLA), Lavras/MG. Graduado em Ciências - Habilitação em Matemática na Universidade do Estado da Bahia (UNEB), Departamento de Educação, Campus VII – Senhor do Bonfim/BA. Professor de Matemática, Matemática Financeira, Estatística Básica e CDI do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Baiano (IFBAIANO) – *Campus* Teixeira de Freitas/BA/Brasil.

ORCID: https://orcid.org/0000-0002-6541-2765?lang=en

Currículo Lattes: http://lattes.cnpq.br/4992667850771322

Márcia Jussara Hepp Rehfeldt, doutora em Informática na Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), Porto Alegre/RS. Mestrado em Administração pela UFRGS, Porto Alegre/RS. Graduada em Licenciatura em Ciências – Habilitação em Matemática pela UFRGS, Porto Alegre/RS. Atualmente atua na Universidade do Vale do Taquari (Univates), como professora titular. Docente Permanente do Programa de Pós-graduação Doutorado e Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas (PPGECE) da Universidade Vale do Taquari (Univates) Lajeado/RS/Brasil.

ORCID: https://orcid.org/0000-0002-0007-8639

Currículo Lattes: http://lattes.cnpq.br/4088071913818217

“Se eu tivesse de reduzir toda a psicologia educacional a um único princípio, diria isto: o fator singular mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já conhece. Descubra o que ele sabe e baseie nisso os seus ensinamentos”.

David Ausubel, 1968.